

## Experimental and data-driven investigation of the hydraulic performance of Type-A piano key weirs

Morteza Shokri<sup>1</sup>

### Extended Abstract

#### Introduction:

Piano key weirs (PKWs) are increasingly used as efficient spillway structures due to their ability to significantly increase discharge capacity without requiring an increase in dam crest width. This advantage makes them particularly suitable for dam rehabilitation and for sites where spillway expansion is constrained by topographic or structural limitations. Among different PKW configurations, Type-A piano key weirs have received considerable attention because of their favorable hydraulic performance and structural simplicity. Despite extensive research on PKWs, the influence of geometric modifications—especially the inclination of side walls and their orientation relative to the flow direction—has not been sufficiently investigated. Side-wall geometry can affect the flow pattern entering the inlet keys, the formation of separation zones, and the overall hydraulic efficiency of the spillway. Understanding these effects is essential for optimizing PKW performance. Therefore, the present study experimentally investigates the hydraulic behavior of Type-A piano key weirs with different side-wall inclinations and orientations. In addition, data-driven models are employed to predict the discharge coefficient and evaluate the capability of machine-learning techniques in modeling complex nonlinear hydraulic relationships.

#### Materials and Methods:

The present study was conducted using a laboratory experimental setup designed to investigate the hydraulic performance of Type-A piano key weirs under controlled flow conditions. The experiments were carried out in a rectangular flume with a constant width and adjustable discharge system that allowed accurate control of flow rates. Two geometric configurations of piano key weirs were tested: rectangular and trapezoidal inlet-outlet key shapes. The main objective was to evaluate how the inclination and orientation of the side walls influence the hydraulic efficiency and discharge coefficient of the structure. Side-wall inclination angles of 5°, 7.5°, and 10° were selected based on common ranges used in hydraulic structures and previous studies on PKW optimization. For each inclination angle, two orientations were considered: inclination with the flow direction and inclination against the flow direction. These configurations allowed the evaluation of how flow alignment and entrance conditions affect discharge characteristics. During the experiments, the upstream water head was carefully measured using precise point gauges, while the flow discharge was controlled and monitored using calibrated flow measurement devices. The discharge coefficient ( $C_d$ ) was calculated for each experimental condition to quantify the hydraulic performance of the tested configurations. The collected dataset was then used for developing predictive data-driven models. Several machine-learning algorithms were employed, including Artificial Neural Networks (ANN), Extreme Gradient Boosting (XGBoost), Random Forest, and Support Vector Regression (SVR). The input parameters consisted of hydraulic and geometric variables such as upstream head and side-wall inclination characteristics, while the output variable was the discharge coefficient. Model performance was evaluated using common statistical indicators including the coefficient of determination ( $R^2$ ), root mean square error (RMSE), and mean absolute error (MAE). These indicators were used to assess the accuracy and reliability of each model and to determine the most suitable approach for predicting PKW discharge performance.

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

\* Corresponding Author: [M.Shokri@basu.ac.ir](mailto:M.Shokri@basu.ac.ir)

Received: 2026/02/12

Accepted: 2026/03/14

## Results and Discussion:

The experimental results clearly demonstrated that the inclination and orientation of side walls significantly influenced the hydraulic performance of Type-A piano key weirs. Flow observations indicated that the side-wall geometry directly affected the way water enters the inlet keys and how the flow was distributed along the crest. When the side walls were inclined against the flow direction, the incoming water was guided more effectively toward the inlet openings. This configuration improved the alignment of streamlines and reduced the formation of recirculation zones near the inlet edges. As a result, flow contraction and energy losses were reduced, leading to an increase in the discharge coefficient. In contrast, when the side walls were inclined with the flow direction, the inflow pattern tended to produce local separation zones near the entrance of the inlet keys. These separation regions reduced the effective flow area and caused additional energy dissipation. Consequently, the discharge coefficient obtained in these cases was generally lower than that of the opposite orientation. The influence of the inclination angle was also evident in the experimental data. Increasing the side-wall inclination from  $5^\circ$  to  $7.5^\circ$  and  $10^\circ$  generally improved hydraulic performance, particularly when the inclination was directed against the flow. Among the tested configurations, the best hydraulic behavior was observed for trapezoidal models with side-wall inclinations between  $7.5^\circ$  and  $10^\circ$  oriented against the flow direction. These configurations provided the most favorable flow guidance and minimized hydraulic disturbances near the inlet region. A comparison between the two tested geometries showed that trapezoidal PKWs consistently produced higher discharge coefficients than rectangular ones under similar hydraulic conditions. The trapezoidal configuration appears to facilitate smoother flow transitions and better distribution of water across the inlet keys, which enhances the overall discharge efficiency. In some cases, the improvement in discharge coefficient reached approximately 15% compared with the corresponding rectangular configurations. The data-driven modeling results further confirmed the experimental findings. Among the applied machine-learning techniques, Artificial Neural Networks (ANN) and Extreme Gradient Boosting (XGBoost) showed the best predictive capability. These models successfully captured the nonlinear relationships between geometric parameters and hydraulic performance. The predictive accuracy of these models exceeded 98%, while the associated prediction errors remained below 2%, indicating excellent agreement with the experimental measurements. The results highlight the effectiveness of combining experimental investigations with modern machine-learning techniques to better understand and predict the hydraulic performance of complex spillway structures such as piano key weirs.

## Conclusions:

This study investigated the effects of side-wall inclination and orientation on the hydraulic performance of Type-A piano key weirs using laboratory experiments and data-driven modeling. The results showed that inclining the side walls against the flow direction significantly improves flow alignment and reduces energy losses, resulting in higher discharge coefficients. Trapezoidal configurations demonstrated superior performance compared with rectangular geometries, with improvements reaching approximately 15%. Machine-learning models, particularly ANN and XGBoost, provided highly accurate predictions of the discharge coefficient. The findings provide useful guidance for optimizing PKW design and demonstrate the value of integrating experimental data with advanced predictive modeling techniques. The study contributes a validated experimental dataset and robust machine-learning formulations that can assist designers in optimizing PKW configurations for enhanced hydraulic efficiency and safer spillway design.

**Keywords:** Discharge Coefficient, Hydraulic Performance, Machine Learning, Piano Key Weirs (PKWs), Side-Wall Inclination, Trapezoidal Geometry.

**Citation:** Shokri, M., 2026. Experimental and data driven investigation of the hydraulic performance of Type A piano key weirs. *Iranian Water Research Journal*, 21(61), pp. 19-34. <https://dx.doi.org/10.22034/iwrj.2026.14922.2632>

**Copyright:** © Authors, Published by Iranian Water Research Journal. This is an open-access article distributed under the CC-BY 4.0 (license <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> ).



## بررسی تجربی و داده‌محور عملکرد هیدرولیکی سرریز کلید پیانویی تیپ A

مرتضی شکری<sup>۱</sup>

### چکیده

سرریزهای کلیدپیانویی (PKW) به‌عنوان سازه‌هایی مؤثر برای افزایش ظرفیت تخلیه جریان بدون نیاز به افزایش ارتفاع تاج سد شناخته می‌شوند. با این حال، تأثیر زاویه و جهت شیب دیواره‌های جانبی بر عملکرد هیدرولیکی آن‌ها کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش، عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی نوع A با استفاده از آزمایش‌های فیزیکی و مدل‌سازی داده‌محور بررسی شد. اثر زاویه و جهت شیب دیواره‌های جانبی برای دو هندسه مستطیلی و دوزنقه‌ای در یک فلوم آزمایشگاهی به طول ۱۵ و ارتفاع ۰/۶ متر تحت شرایط جریان آزاد و زیربحرانی مطالعه شد. مدل‌ها با زوایای شیب ۵، ۷/۵ و ۱۰ درجه در دو جهت موافق و مخالف جریان آزمایش شدند. ضریب تخلیه با استفاده از داده‌های دبی - اشل محاسبه و به کمک روش‌های رگرسیون چندمتغیره، شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، جنگل تصادفی و XGBoost پیش‌بینی گردید. نتایج نشان داد شیب دیواره در خلاف جهت جریان با بهبود الگوی ورود جریان، کاهش جدایش و افت انرژی، موجب افزایش ضریب تخلیه می‌شود. نتایج همچنین نشان داد مدل‌های دوزنقه‌ای نسبت به مدل‌های مستطیلی عملکرد بهتری داشتند و افزایش ضریب تخلیه تا حدود ۱۵ درصد مشاهده شد. در میان مدل‌های داده‌محور، مدل‌های ANN و XGBoost بالاترین دقت پیش‌بینی (بیش از ۹۸ درصد) و کمترین مقدار خطا (کمتر از ۲ درصد) را نشان دادند.

**واژه‌های کلیدی:** سرریز کلیدپیانویی، شیب دیواره جانبی، ضریب تخلیه، هندسه دوزنقه‌ای، یادگیری ماشین

ارجاع: شکری، م.، ۱۴۰۵. بررسی تجربی و داده‌محور عملکرد هیدرولیکی سرریز کلید پیانویی تیپ A. مجله پژوهش آب ایران، ۲۱(۶۱)، صص. ۱۹-۳۴.  
<https://dx.doi.org/10.22034/iwrj.2026.14922.2632>

۱-استادیار گروه عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران  
\* نویسنده مسئول: [M.shokri@basu.ac.ir](mailto:M.shokri@basu.ac.ir)

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۲/۲۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۱/۲۳

## مقدمه

افزایش فراوانی و شدت سیلاب‌های حدی در دهه‌های اخیر که بیشتر تحت تأثیر تغییرات اقلیمی و تغییر فزاینده کاربری اراضی رخ داده است، لزوم ارتقای ایمنی و ظرفیت آبدگذری سازه‌های هیدرولیکی، به‌ویژه سرریز سدها را به یکی از چالش‌های اصلی مهندسی آب تبدیل کرده است (Hashimoto and Tani, 2025). در این میان، سرریزهای کلیدپیانویی (Piano Key Weirs: PKWs) به‌عنوان راهکاری مؤثر برای افزایش ظرفیت عبور جریان بدون نیاز به افزایش ارتفاع تاج سد یا اصلاحات گسترده سازه‌ای، به طور گسترده در پروژه‌های بهسازی و مقاوم‌سازی سدها مورد توجه قرار گرفته‌اند (Li et al., 2025).

اجزای هندسی اصلی سرریز کلیدپیانویی (PKW) شامل بدنه اصلی (Main Body) و بخش‌های پیش‌آمدگی (Creasts / Flanges) است که در فواصل معین از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این بخش‌های پیش‌آمدگی که شکلی شبیه به کلیدهای پیانو دارند، باعث افزایش طول مؤثر لبه سرریز می‌شوند. هندسه این کلیدها، شامل عرض (Width)، ارتفاع (Height) و فاصله (Spacing) بین آن‌ها، برای به حداکثر رساندن ظرفیت عبور جریان طراحی می‌شود. بخش پایین‌دست این سرریزها معمولاً به یک کانال تخلیه یا حوضچه آرامش منتهی می‌شود.

مطالعات آزمایشگاهی و عددی متعدد نشان داده‌اند که عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی به‌شدت به پارامترهای هندسی وابسته است (Izadinea andand Omidvar, 2021; Akbari et al., 2020). عواملی نظیر طول مؤثر تاج، نسبت ابعاد کلیدها، هندسه ورودی و خروجی، و نحوه توزیع جریان در بازوهای رفت و برگشتی نقش تعیین‌کننده‌ای در مقدار ضریب تخلیه و پایداری الگوی جریان دارند (Machiels et al., 2011; Machiels et al., 2014; Erpicum et al., 2016). مرور جامع مطالعات اخیر نشان می‌دهد که بهینه‌سازی هندسه PKW به‌ویژه در شرایط سیلابی با هدهای بالا، می‌تواند منجر به افزایش قابل توجه ظرفیت تخلیه نسبت به سرریزهای خطی و کنگره‌ای شود، (Anderson, and Tullis, 2013; Romero and López, 2020; García et al., 2024). همچنین مطالعات متعددی در یک دهه اخیر به بررسی عملکرد هیدرولیکی و بهینه‌سازی هندسه سرریزهای PKW پرداخته‌اند که مروری جامع بر این پژوهش‌ها توسط Li et al. (2025) ارائه شده است.

مقایسه عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای و PKW در شرایط مختلف جریان نشان می‌دهد که PKW در بسیاری از سناریوهای سیلابی کارایی بالاتری دارد (Anderson, and Tullis, 2013). باوجود این پیشرفت‌ها، بخش عمده‌ای از پژوهش‌های پیشین بر سرریزهای کلیدپیانویی با دیواره‌های جانبی عمودی متمرکز بوده است؛ درحالی‌که شواهد اولیه نشان می‌دهد اعمال شیب در دیواره‌های جانبی می‌تواند الگوی جریان ورودی را اصلاح کرده، تمرکز خطوط جریان را افزایش داده و ناحیه جدایش در ورودی کلیدها را کاهش دهد (Rahmanian and Kim andand Park, 2023; and Poursharifi, 2024). بااین‌حال، این مطالعات بیشتر به یک هندسه مشخص یا یک جهت شیب محدود بوده و بررسی نظام‌مند اثر هم‌زمان زاویه شیب و جهت آن نسبت به جریان انجام نشده است.

ازسوی دیگر، سرریزهای کلیدپیانویی نوع A معمولاً در دو پیکربندی هندسی اصلی، یعنی مستطیلی و دوزنقه‌ای، طراحی و اجرا می‌شوند. نتایج تحقیقات اخیر نشان می‌دهد که هندسه دوزنقه‌ای به دلیل گسترش تدریجی عرض کلیدها، موجب توزیع یکنواخت‌تر جریان، بهبود هوادهی nappe و کاهش افت انرژی موضعی می‌شود و در بسیاری از موارد عملکرد هیدرولیکی پایدارتری نسبت به هندسه مستطیلی دارد (Kim andand Park, 2023; Zhang et al., 2023; and Poursharifi, 2024). بااین‌وجود، تعامل این هندسه با دیواره‌های جانبی شیب‌دار و تأثیر جهت شیب (در جهت یا خلاف جهت جریان) بر رفتار هیدرولیکی، هنوز به طور جامع و مقایسه‌ای بررسی نشده است.

مطالعات متعددی نشان داده‌اند که عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی (Piano Key Weir) به طور قابل توجهی تحت تأثیر پارامترهای هندسی و شرایط هیدرولیکی جریان قرار دارد. از مهم‌ترین پارامترهای هندسی مؤثر می‌توان به نسبت طول مؤثر سرریز به عرض کانال (L/W)، عرض کلیدهای ورودی و خروجی، ارتفاع سرریز، زاویه دیواره‌های جانبی و شکل پلان سرریز اشاره کرد. این پارامترها نقش مهمی در تعیین ضریب دبی و ظرفیت عبور جریان از سرریز دارند.

مطالعات آزمایشگاهی نشان داده‌اند که افزایش طول مؤثر تاج سرریز موجب افزایش قابل توجه ظرفیت تخلیه جریان نسبت به سرریزهای خطی متعارف می‌شود. به طور خاص، افزایش نسبت طول مؤثر تاج سرریز باعث افزایش ضریب دبی و بهبود

(۱) تحلیل اثر زاویه شیب جانبی (۵، ۷/۵ و ۱۰ درجه) و جهت شیب بر ضریب تخلیه و الگوی جریان

(۲) مقایسه عملکرد هیدرولیکی دو هندسه مستطیلی و دوزنقه‌ای و تعیین پیکربندی بهینه طراحی

(۳) توسعه و ارزیابی مدل‌های یادگیری ماشین برای پیش‌بینی ضریب تخلیه و تحلیل اهمیت نسبی پارامترهای مؤثر.

این پژوهش با ارائه بینش‌های نوین فیزیکی در خصوص رفتار جریان بر روی سرریزهای کلیدپیاونوی شیب‌دار، مبنای علمی و راهنمای عملی ارزشمندی را برای طراحی و بهینه‌سازی این سازه‌ها، به‌ویژه در شرایط سیلابی و پروژه‌های بهسازی سدها، فراهم می‌آورد. رویکرد تلفیقی مبتنی بر آزمایش و مدل‌سازی با استفاده از یادگیری ماشین، امکان پیش‌بینی دقیق عملکرد سرریزهای کلیدپیاونوی (PKW) را در شرایط عملیاتی متنوع، بدون نیاز به انجام آزمایش‌های پرهزینه، میسر می‌سازد. این روش یکپارچه، نوآوری کلیدی این تحقیق محسوب می‌شود.

### مبانی نظری

ضریب تخلیه ( $C_d$ ) یکی از مهم‌ترین پارامترهای هیدرولیکی در تحلیل عملکرد سرریزها است و نسبت بین دبی واقعی عبوری ( $Q$ ) و دبی نظری ( $Q_t$ ) حاصل از معادله برنولی را بیان می‌کند. برای یک سرریز آزاد با جریان پایدار، رابطه عمومی تخلیه به صورت معادله ۱ نوشته می‌شود:

$$Q = C_d \cdot L \cdot \sqrt{2g \cdot H^3} \quad (1)$$

که در آن:

$Q$ : دبی عبوری ( $m^3/s$ ),

$L$ : طول مؤثر تاج سرریز ( $m$ ),

$H$ : هد جریان بالادست نسبت به تاج ( $m$ ),

$g$ : شتاب گرانش ( $m/s^2$ ),

$C_d$ : ضریب تخلیه تجربی (-).

در سرریزهای کلیدپیاونوی (PKW)، به دلیل هندسه پیچیده شامل بازوهای ورودی و خروجی، ضریب تخلیه از عوامل هیدرولیکی و هندسی متعددی تأثیر می‌پذیرد. مطالعات Machiels et al. و Belaabed and Ouamane, (2011) (2014) نشان داده‌اند که شکل ورودی، نسبت ابعاد کلیدها، و الگوی جریان در شاخه‌های رفت و برگشتی نقش تعیین‌کننده‌ای در مقدار  $C_d$  دارند. رفتار ضریب تخلیه برای این سازه‌ها معمولاً با توابع بی‌بعد به صورت معادله ۲ بیان می‌شود:

$$C_d = f\left(\frac{H}{P}, \frac{L_k}{L_t}, \frac{B_k}{B_f}, \theta, Re, Fr\right) \quad (2)$$

عملکرد هیدرولیکی سرریز می‌گردد (Anderson and Machiels et al., 2014; Tullis, 2012).

علاوه بر پارامترهای هندسی، شرایط هیدرولیکی جریان نیز تأثیر مهمی بر عملکرد سرریزهای کلیدپیاونوی دارند. یکی از مهم‌ترین پارامترهای هیدرولیکی، نسبت هد بالادست به ارتفاع سرریز (H/P) است که نقش تعیین‌کننده‌ای در مقدار ضریب دبی و الگوی جریان روی سرریز دارد (Pfister and Schleiss, 2013; Erpicum et al., 2023). بررسی این پارامترها می‌تواند به بهینه‌سازی طراحی سرریزهای کلیدپیاونوی و افزایش کارایی آن‌ها در شرایط بهره‌برداری مختلف کمک کند.

هم‌زمان با پیشرفت مطالعات تجربی، استفاده از روش‌های داده‌محور و یادگیری ماشین در مدل‌سازی پدیده‌های پیچیده هیدرولیکی به طور چشمگیری افزایش یافته است. مدل‌هایی نظیر شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، جنگل تصادفی (RF) و XGBoost توانایی بالایی در شناسایی روابط غیرخطی بین پارامترهای هندسی و هیدرولیکی و پیش‌بینی دقیق ضریب تخلیه دارند (Johari and Kisi, 2023; Hosseini et al., 2024). با این حال، مرور منابع نشان می‌دهد که کاربرد این مدل‌ها برای پیش‌بینی عملکرد سرریزهای کلیدپیاونوی با دیواره‌های جانبی شیب‌دار، بر پایه داده‌های آزمایشگاهی جامع، همچنان محدود بوده و نیازمند توسعه است.

براین اساس، خلأ اصلی پژوهش حاضر را می‌توان در دو محور خلاصه کرد:

(۱) با توجه به ملاحظات مطرح شده، پژوهش حاضر بر بررسی اثر زاویه و جهت شیب دیواره‌های جانبی (۵ تا ۱۰ درجه) بر عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیاونوی نوع A، با در نظر گرفتن هر دو هندسه مستطیلی و دوزنقه‌ای، تمرکز دارد. با این حال، لازم به ذکر است که بررسی تجربی جامع که شامل تحلیل اثرات متغیرهای کلیدی همچون محدوده وسیع دبی و اثر مقیاس باشد، در این مطالعه انجام نشده است. این محدودیت‌ها در ارزیابی کلی عملکرد سرریز مدنظر قرار گرفته‌اند.

(۲) عدم وجود مدل‌سازی داده‌محور دقیق برای پیش‌بینی ضریب تخلیه این سرریزها بر پایه داده‌های آزمایشگاهی معتبر. در پاسخ به این خلأها، پژوهش حاضر با رویکردی تلفیقی شامل آزمایش‌های فیزیکی و مدل‌سازی داده‌محور، به بررسی اثر زاویه و جهت شیب دیواره‌های جانبی بر عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیاونوی نوع A می‌پردازد. اهداف اصلی این تحقیق عبارت‌اند از:

که در آن:

$P$ : ارتفاع سرریز

$L_k/L_f$ : نسبت طول کلیدها به طول کل تاج

$B_k/B_f$ : نسبت عرض کلید به عرض فلوم

$\theta$ : زاویه شیب دیواره‌های جانبی (در جهت یا خلاف جهت جریان)

$Re$ : عدد رینولدز (-)

$Fr$ : عدد فرود (-)

هرچند تحلیل ابعادی نشان می‌دهد که  $C_d$  می‌تواند تابعی از  $Re$  و  $Fr$  نیز باشد، اما در شرایط آزمایش‌های حاضر

( $1.5 \times 10^5 < Re < 0.6 \times 10^6$  در تمام آزمایش‌ها) و مطابق با

مطالعات مرجع (Machiels et al., 2014; Erpicum et al., 2011; Belaabed and Ouamane, 2011; Kabiri-Samani and Javaheri, 2012)، تأثیر این دو عدد

بی‌بعد ناچیز بوده و  $C_d$  عمدتاً به نسبت  $H/P$  و پارامترهای

هندسی وابسته است. بنابراین، در روابط تجربی و مدل‌های

داده‌محور این پژوهش،  $Re$  و  $Fr$  از مدل نهایی حذف گردیدند.

افزایش نسبت  $H/P$  در اغلب موارد موجب افزایش ضریب تخلیه تا رسیدن به یک مقدار اشباع می‌شود، زیرا با افزایش هد،

اثرات لزجتی و چسبندگی جریان روی تاج کاهش می‌یابد.

(Erpicum et al., 2016) با این حال، در هدهای بالا ممکن

است به دلیل شکل‌گیری نواحی جدایش جریان در ورودی

کلیدها، کاهش نسبی در کارایی مشاهده شود. از آنجاکه جریان

روی سرریز از نوع جریان سطح آزاد است، در مدل‌سازی فیزیکی

این پژوهش تشابه فرود به‌عنوان معیار اصلی تشابه دینامیکی در

نظر گرفته شد. عدد رینولدز مذکور نیز نشان‌دهنده حاکم بودن

رژیم کاملاً آشفته است؛ بنابراین اثرات لزجتی بر نتایج ناچیز

ارزیابی می‌شود. همچنین باتوجه به مقادیر هد مورد استفاده در

آزمایش‌ها، تأثیر کشش سطحی بر الگوی جریان و ضریب تخلیه

بسیار محدود بوده و می‌توان نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی

را از نظر هیدرولیکی قابل تعمیم به مقیاس واقعی در نظر گرفت.

ساختار هندسی PKW باعث افزایش طول مؤثر تاج و در

نتیجه بهبود ظرفیت عبور جریان نسبت به عرض مؤثر سازه

می‌شود. این پدیده با معرفی ضریب افزایش طول تاج ( $\lambda$ )

به‌صورت معادله ۳ بیان می‌شود:

$$\lambda = L_e/B_f \quad (3)$$

که در آن  $L_e$  طول مؤثر مجموع کلیدها است. در طراحی نوع

$A$ ، مقدار  $\lambda$  معمولاً بین ۲/۰ تا ۳/۵ در نظر گرفته می‌شود

(Lempérière and Ouamane, 2003).

در مدل‌های دارای دیواره شیب‌دار، زاویه جانبی  $\theta$  نقش دوگانه‌ای بر الگوی جریان دارد. در شیب‌های کوچک (کمتر از ۱۰ درجه)، انحراف ملایم خطوط جریان موجب همگرایی بهتر ورودی و کاهش جدایش می‌شود و در نتیجه  $C_d$  افزایش می‌یابد. با افزایش زاویه، تشکیل گردابه‌ها، واگرایی ورودی و کاهش فشار نسبی می‌تواند منجر به افت انرژی و کاهش بازده گردد (Shokri and Gholami, 2026). این رفتار به‌ویژه در مقایسه حالت موافق جریان و خلاف جهت جریان قابل توجه است، به‌گونه‌ای که در حالت خلاف جهت جریان معمولاً پایداری جریان و ضریب تخلیه بزرگ‌تر گزارش می‌شود.

در تحلیل‌های تجربی و آماری، ضریب تخلیه به‌عنوان تابعی از متغیرهای هندسی و هیدرولیکی مدل‌سازی می‌شود (Salmasi and Kabiri-Samani, 2013). شکل عمومی رگرسیون چندمتغیره (MLR) برای  $C_d$  به‌صورت معادله ۴ است:

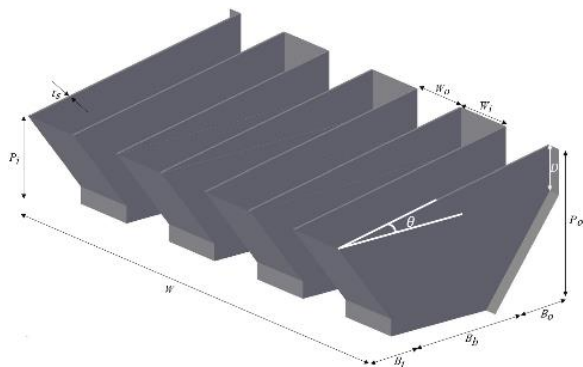
$$C_d = a_0 + a_1 \left(\frac{H}{P}\right) + a_2 \left(\frac{L_k}{L_t}\right) + a_3 \theta + \varepsilon \quad (4)$$

که در آن  $a_i$  ضریب رگرسیونی و  $\varepsilon$  خطای مدل است. باتوجه به رفتار غیرخطی و پیچیده جریان در کلیدها، مدل‌های یادگیری ماشین مانند شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، جنگل تصادفی (RF) و XGBoost توانایی بیشتری در شناسایی الگوهای غیرخطی و پیش‌بینی دقیق  $C_d$  دارند. در این مدل‌ها وزن‌های بهینه بین لایه‌های ورودی و خروجی از طریق الگوریتم‌های یادگیری تنظیم می‌شود تا ارتباط دقیق‌تری میان متغیرهای مؤثر و ضریب تخلیه برقرار شود.

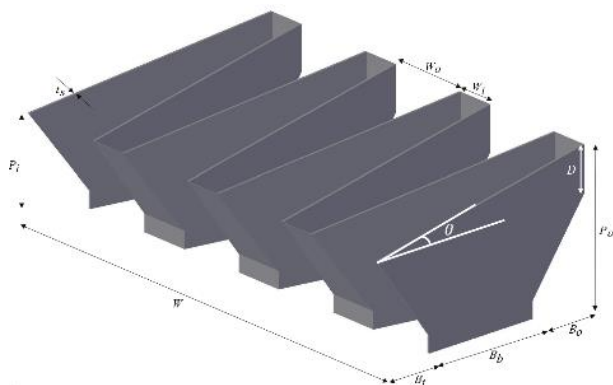
در سال‌های اخیر، استفاده از روش‌های یادگیری ماشین برای پیش‌بینی ضریب دبی و رفتار غیرخطی سرریزها مورد توجه قرار گرفته است (Johari and Kisi, 2023; Kumar and Chandra, 2024; Hosseini et al., 2024).

اگرچه مطالعات قبلی هندسه PKW یا شیب تاج را به‌صورت جداگانه بررسی کرده‌اند، اما هیچ‌کدام به طور سامان‌مند شیب دیواره جانبی را در هر دو جهت جریان با استفاده از داده‌های تجربی همراه با مدل‌های ML بررسی نکرده‌اند. بنابراین، مبانی نظری این پژوهش مبتنی بر ترکیب رویکردهای فیزیکی (روابط بی‌بعد و هندسی) و روش‌های داده‌محور (ANN، RF، MLR و XGB) است تا رفتار هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی نوع A در شرایط مختلف هندسی و هیدرولیکی با دقت بیشتری تبیین گردد.

انتخاب شد تا اثرات مقیاس حداقل باشد. ابعاد مدل‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های فلوم آزمایشگاهی و بر اساس تشابه فرود به‌عنوان معیار اصلی در جریان‌های سطح آزاد انتخاب شد. نسبت‌های هندسی سرریز مطابق مطالعات پیشین حفظ گردید. برای بررسی اثر مقیاس، عدد رینولدز جریان در شرایط آزمایش محاسبه شد که در تمامی حالت‌ها در محدوده جریان کاملاً آشفته قرار داشت.



شکل ۲- پارامترهای هندسی و شماتیک سرریزهای کلید پیاپویی مستطیلی با تاج شیب‌دار



شکل ۳- پارامترهای هندسی سرریزهای کلید پیاپویی دوزنقه‌ای با تاج شیب‌دار

### روش اجرا و تحلیل داده‌های آزمایشگاهی

آزمایش‌ها تحت شرایط جریان آزاد و زیر بحرانی ( $Fr < 1$ ) با ۹ دبی مختلف از ۱۰ تا ۱۰۰ لیتر بر ثانیه انجام شد. هد بالادست ( $H_i$ ) با عمق سنج اندازه‌گیری شد و دبی ( $Q$ ) با دبی‌سنج ثبت گردید. هر آزمایش ۳ بار تکرار شد و نقاط پرت با روش Chauvenet حذف گردید. ضریب تخلیه  $C_d$  از رابطه ۵ محاسبه شد.

$$C_d = \frac{Q}{L' \sqrt{2gH_t^{1.5}}} \quad (5)$$

### مواد و روش‌ها

در این پژوهش، به‌منظور تحلیل جنبه‌های کلیدی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلید پیاپویی نوع A، از یک رویکرد تلفیقی شامل آزمایش‌های فیزیکی و مدل‌سازی داده‌محور استفاده شد. در این بخش، ابتدا مشخصات فلوم و مدل‌های آزمایشگاهی تشریح می‌شود، سپس روش اندازه‌گیری و پردازش داده‌ها ارائه شده و در نهایت چارچوب مدل‌سازی داده‌محور مبتنی بر داده‌های تجربی معرفی می‌گردد.

### تجهیزات آزمایشگاهی و ساخت مدل‌ها

آزمایش‌ها در یک فلوم آزمایشگاهی به طول ۱۵ متر، عرض ۰/۶ متر و عمق ۰/۶ متر در محل آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه بوعلی سینا همدان انجام گرفت. فلوم شامل مخزن آرام‌کننده با stilling screen برای توزیع یکنواخت جریان، سیستم پمپ‌زنی با ظرفیت ۷۵ لیتر بر ثانیه، دبی‌سنج الکترومغناطیسی با دقت  $\pm 0.5\%$ ، و عمق‌سنج نقطه‌ای با دقت ۰/۱ میلی‌متر بود. (شکل ۱ شماتیک فلوم و تجهیزات مورد استفاده را نشان می‌دهد).



شکل ۱- تجهیزات آزمایشگاهی مورد استفاده (الف) نمای کلی کانال اصلی و محل نصب سرریز، (ب) شبکه‌های فلزی مشبک به‌منظور کاهش تلاطم و آرام‌سازی جریان

مدل‌های آزمایشگاهی شامل ۱۲ سرریز با هندسه مستطیلی (شکل ۲) و دوزنقه‌ای (شکل ۳) بودند. زوایای شیب دیواره‌های جانبی ۵، ۷/۵ و ۱۰ درجه در دو حالت در جهت جریان (شیب مثبت) و خلاف جهت جریان (شیب منفی) اعمال شد. مدل‌ها از پلکسی‌گلاس شفاف با ضخامت ۱۰ میلی‌متر ساخته شدند و با برش لیزری دقیق (دقت ۰/۱ میلی‌متر) تولید گردیدند (شکل ۳- شکل ۲- شماتیک مدل دوزنقه‌ای با شیب ۱۰ درجه). ابعاد هندسی بر اساس روابط استاندارد PKW (مانند  $W_i/W_0 = 1/5$  برای دوزنقه‌ای)

تنظیم ابرپارامترها برای هر یک از مدل‌ها انجام شد. در این فرایند ترکیب‌های مختلف پارامترها بررسی و عملکرد مدل‌ها با استفاده از معیارهای آماری شامل ضریب تعیین ( $R^2$ ), ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و میانگین قدرمطلق خطا (MAE) ارزیابی شد. در نهایت ساختاری که بهترین دقت پیش‌بینی و کمترین خطا را ارائه داد به‌عنوان مدل بهینه انتخاب شد. بهترین مدل‌ها ANN و XGBoost بودند. به‌منظور بررسی دقت پیش‌بینی مدل‌های یادگیری ماشین، مقادیر Cd واقعی (اندازه‌گیری شده در آزمایش‌ها) با خروجی‌های مدل‌های ANN و XGBoost مقایسه گردید. شاخص‌های عملکرد مدل‌ها صرفاً در بخش نتایج ارائه شده است. در این پژوهش، مدل‌های یادگیری ماشین صرفاً به‌عنوان ابزاری مکمل برای تحلیل روابط غیرخطی میان پارامترهای هندسی و ضریب تخلیه و ارائه یک مدل پیش‌بینی مبتنی بر داده‌های آزمایشگاهی به کار گرفته شدند و جایگزین تحلیل‌های فیزیکی و آزمایشگاهی نیستند.

### نتایج و بحث

#### رفتار عمومی منحنی‌های Q-Ht

منحنی‌های دبی - اشل نشان دادند که با افزایش هد کل ( $H_t$ ), دبی عبوری از تمام مدل‌های سرریز افزایش می‌یابد. در مدل‌های شیب‌دار، تغییرات شیب منحنی‌ها وابسته به هندسه و جهت شیب دیواره‌ها است. در شکل ۴ تا شکل ۶، منحنی تغییرات دبی - اشل برای سرریز کلیدپیانویی ذوزنقه‌ای در دو حالت افقی و شیب‌دار نمایش داده شده است. با توجه به این نمودارها می‌توان بیان کرد که مدل‌های ذوزنقه‌ای نسبت به مدل‌های مستطیلی در بیشتر هدها دبی بیشتری عبور می‌دهند و مدل‌های خلاف جهت جریان همواره عملکرد بالاتری نسبت به حالت در جهت جریان دارند. همچنین قابل مشاهده است که شیب جانبی با افزایش هد، تأثیر کمتری بر روند افزایش دبی دارد (ورود به ناحیه اشباع).

این رفتار نشان می‌دهد که هندسه و جهت شیب، بیشترین اثر را در هدهای کم تا متوسط دارند و در هدهای بالا نقش آن‌ها محدود می‌شود.

برای بررسی رفتار کلی تخلیه در مدل‌های مستطیلی بدون شیب جانبی، منحنی‌های دبی - اشل ( $Q-H_t$ ) در شکل ۴ ارائه شده است. این منحنی‌ها امکان مقایسه مستقیم عملکرد پایه‌ای سرریز مستطیلی را با مدل‌های شیب‌دار فراهم می‌کنند.

#### محاسبه طول مؤثر تاج ( $L'$ )

طول مؤثر به‌صورت مجموع بازوهای رفت و برگشت ( $L' = \sum L_i$ ) محاسبه شد و نسبت بی‌بعد طول مؤثر ( $L'/L$ ) مبنای مقایسه عملکرد تخلیه هندسه‌های مختلف است. در ارزیابی دقت داده‌ها، تحلیل عدم قطعیت بر اساس روش RSS نشان داد که عدم قطعیت کلی نتایج کمتر از ۳٪ است. خطای ابزار اندازه‌گیری  $H_t$  برابر  $\pm 0.1$  میلی‌متر و خطای دبی  $\pm 0.5$ ٪ برآورد شد که این سطح دقت برای اهداف تحقیق قابل قبول است.

#### مدل‌سازی داده‌محور

به‌منظور پیش‌بینی ضریب دبی، از داده‌های آزمایشگاهی پردازش‌شده برای توسعه مدل‌های داده‌محور استفاده شد. پارامترهای هندسی و نسبت‌های هیدرولیکی به‌عنوان متغیرهای ورودی و ضریب دبی به‌عنوان متغیر خروجی در نظر گرفته شد. پارامترهای ورودی مدل‌ها عبارت‌اند از:  $H_t / P$  (نسبت هد کل به ارتفاع سرریز)،  $\theta$  (زاویه شیب دیواره جانبی: ۰، ۵، ۷/۵، ۱۰ درجه)، Direction (جهت شیب: ۱ = Upstream، -۱ = Downstream، بدون شیب = ۰)، Geometry (نوع هندسه: ۱ = Trapezoidal، ۰ = Rectangular)،  $L'/L$  (نسبت طول مؤثر)،  $L_k/L_t$ ،  $B_k/B_f$  (نسبت‌های هندسی پایه - ثابت در تمام مدل‌ها).

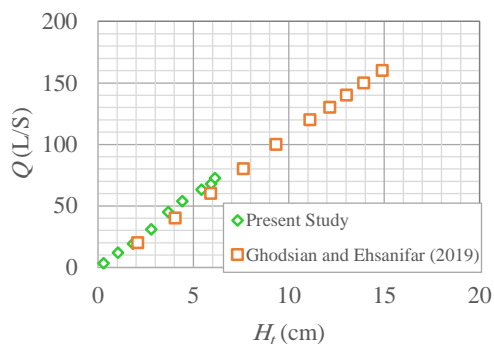
ساختار مدل‌ها نیز عبارت‌اند از: ANN: شبکه عصبی پیش‌خور (Feed-forward) با ۲ لایه مخفی (۱۰ و ۸ نورون)، تابع فعال‌سازی ReLU، الگوریتم آموزش Levenberg-Marquardt، ۵-fold cross-validation، نرمال‌سازی Min-Max.

Random Forest: تعداد درخت ۲۰۰-۵۰۰، حداکثر عمق ۱۰-۱۵، معیار MSE.

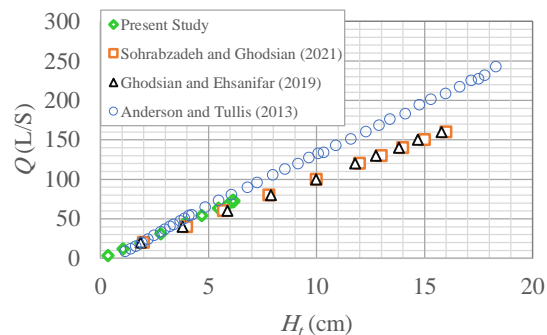
XGBoost: learning rate ۰/۱-۰/۱، n\_estimators ۱۰۰۰-۲۰۰، max\_depth ۳-۸، تنظیم با Grid Search.

MLR: رگرسیون خطی چندگانه با تمام متغیرهای اصلی + تعاملات انتخابی ( $H/P \times \theta$ ،  $H/P \times \text{Direction}$ ).

داده‌ها به دو مجموعه آموزش و آزمون تقسیم شدند تا توان تعمیم‌پذیری مدل‌ها ارزیابی شود. چهار رویکرد رگرسیون خطی چندگانه، شبکه عصبی مصنوعی، جنگل تصادفی و XGBoost مورد استفاده قرار گرفت و تنظیم پارامترهای آن‌ها از طریق روش‌های اعتبارسنجی داخلی انجام شد. مدل‌ها با ۸۰٪ داده آموزش و ۲۰٪ آزمون ارزیابی شدند. به‌منظور تعیین ساختار بهینه مدل‌های مورد استفاده، فرایند



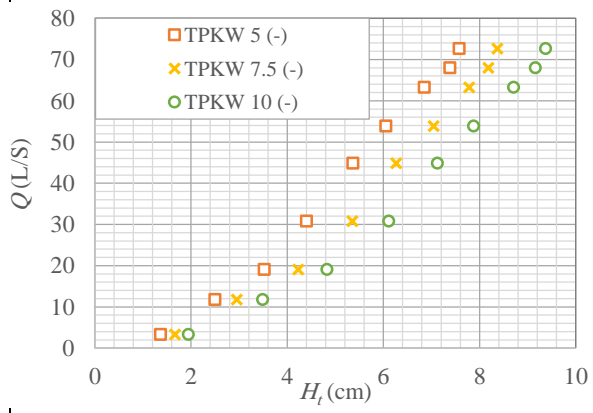
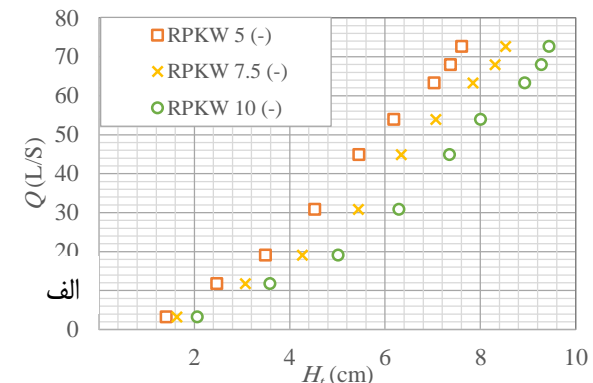
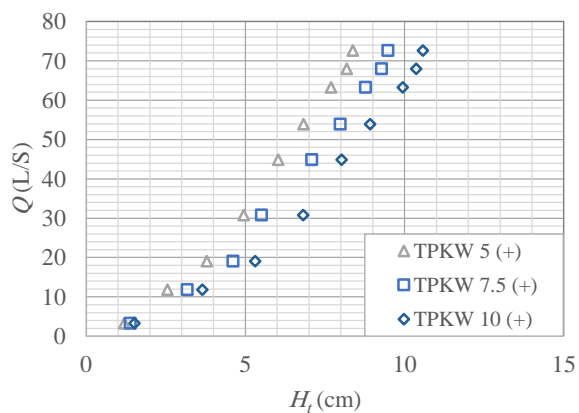
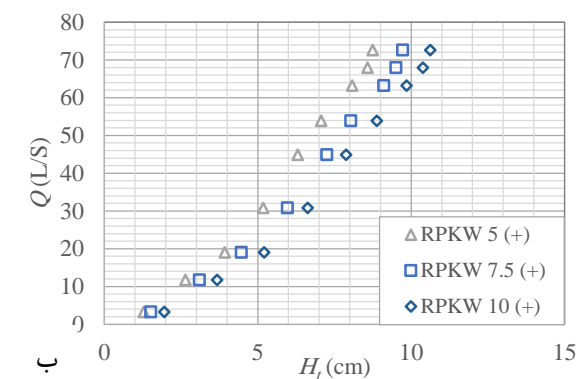
شکل ۵- مقایسه منحنی Q-Ht در سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای با تاج افقی



شکل ۴- مقایسه منحنی Q-Ht در سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی با تاج افقی

شکل ۵ نشان می‌دهد که سرریز دوزنقه‌ای بدون شیب، در تمام محدوده هدهای آزمایش شده دبی بیشتری نسبت به مدل مستطیلی عبور می‌دهد و افت شیب در هدهای بالا کمتر است که بیانگر پایداری هیدرولیکی بالاتر این هندسه است. تأثیر جهت شیب جانبی بر رفتار تخلیه در سرریزهای مستطیلی و دوزنقه‌ای در شکل ۶، به تفکیک برای دو حالت خلاف جهت و در جهت جریان نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، منحنی Q-Ht در سرریز مستطیلی با تاج افقی روند افزایشی نسبتاً یکنواختی را تا نسبت  $H_t/P \approx 0.35$  نشان می‌دهد و پس از آن شیب منحنی کمی کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده ورود به ناحیه اشباع نسبی است. به‌منظور مقایسه مستقیم با مدل مستطیلی، منحنی‌های دبی - اشل برای سرریز دوزنقه‌ای با تاج افقی در شکل ۵ نمایش داده شده است.



شکل ۶- منحنی Q-Ht در سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی (RPKW) و دوزنقه‌ای (TPKW) شیب‌دار؛ الف) خلاف جهت جریان ب) در جهت جریان

مقایسه دو بخش شکل ۶ حاکی از آن است که شیب خلاف جهت جریان (بخش الف) به طور قابل توجهی دبی عبوری را در تمام هدهای مورد آزمایش افزایش می‌دهد، درحالی‌که شیب در جهت جریان (بخش ب) در هدهای بالا عملکرد ضعیف‌تری نسبت به حالت افقی نشان می‌دهد.

#### اثر زاویه شیب جانبی بر طول مؤثر ( $L'$ )

نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهد که افزایش زاویه شیب جانبی دیواره‌ها موجب افزایش طول مؤثر سرریز کلیدپیانویی می‌شود، به طوری که بخش بزرگ‌تری از طول اسمی سرریز در انتقال جریان مشارکت می‌کند. این اثر در هر دو مدل مستطیلی (افزایش شیب از ۵ به ۱۰ درجه باعث افزایش تدریجی طول مؤثر و افزایش حدود ۴-۶٪ مقدار  $L'/L$  در زاویه ۱۰ درجه نسبت به ۵ درجه) و دوزنقه‌ای (افزایش حدود ۱۰-۱۲٪ مقدار  $L'/L$  در زاویه ۱۰ درجه نسبت به زاویه ۵ درجه) مشاهده شد؛ با این تفاوت که میزان افزایش طول مؤثر در مدل‌های دوزنقه‌ای محسوس‌تر است. این رفتار به هدایت مناسب‌تر جریان در مدل‌های دوزنقه‌ای و کاهش نواحی انقباض در ورودی کلیدها نسبت داده می‌شود.

در زوایای شیب کوچک، به‌ویژه در مدل‌های مستطیلی، بخشی از طول اسمی سرریز به دلیل تمرکز جریان و شکل‌گیری نواحی کم‌تحرک، نقش مؤثری در عبور دبی ندارد. با افزایش زاویه شیب جانبی، الگوی جریان اصلاح شده و طول مؤثر سرریز افزایش می‌یابد؛ با این حال، در زوایای بزرگ‌تر، نرخ این افزایش کاهش یافته و رفتار غیرخطی سیستم نمایان می‌شود. این نتایج بیانگر آن است که تأثیر زاویه شیب جانبی بر طول مؤثر به طور مستقیم با هندسه سرریز و نحوه هدایت جریان در مدل‌های مستطیلی و دوزنقه‌ای مرتبط است.

به‌منظور بررسی تأثیر افزایش طول مؤثر سرریز، رابطه بین نسبت طول نسبی سرریز ( $L'/L$ ) و هد نسبی ( $Ht/P$ ) مورد بررسی قرار گرفت. همان‌گونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار  $L'/L$ ، ظرفیت عبور جریان افزایش یافته و در نتیجه هد لازم برای عبور دبی مشخص کاهش می‌یابد.

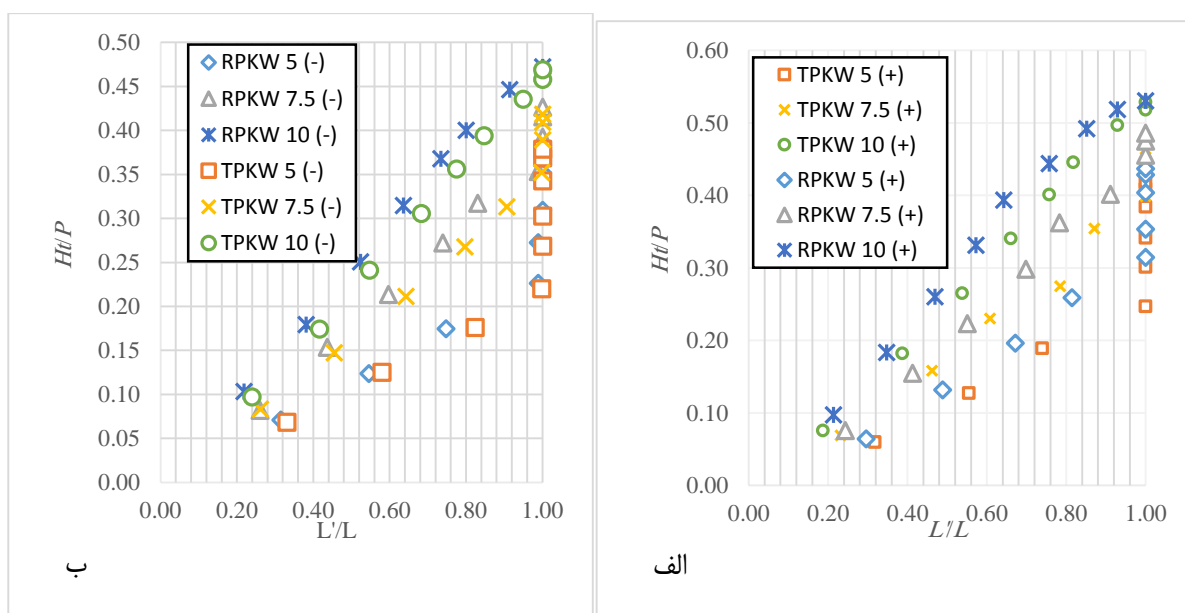
به‌منظور مقایسه بهتر عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی با هندسه‌های مختلف، منحنی دبی - اشل برای مدل با پلان مستطیلی نیز در کنار سایر مدل‌ها ارائه شده است. این مقایسه امکان ارزیابی دقیق‌تر تأثیر شکل پلان بر ظرفیت عبور جریان را فراهم می‌کند.

نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهد که عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی به‌شدت به مقدار هد بالادست و رژیم جریان وابسته است. در هدهای کم تا متوسط، افزایش طول مؤثر تاج سرریز در این نوع سازه‌ها موجب افزایش قابل توجه ظرفیت عبور جریان در مقایسه با سرریزهای خطی معمولی می‌شود.

با افزایش هد بالادست و در نتیجه افزایش دبی عبوری، ساختار جریان در ناحیه کلیدهای ورودی پیچیده‌تر شده و الگوهای جریان سه‌بعدی در داخل کلیدها شکل می‌گیرد. در شرایط دبی‌های بالا، تداخل جریان‌های ورودی و خروجی در داخل کلیدها می‌تواند موجب بروز پدیده استغراق موضعی شود. در این حالت، بخشی از طول مؤثر سرریز عملاً از چرخه عبور آزاد جریان خارج شده و در نتیجه کارایی هیدرولیکی سرریز کاهش می‌یابد.

مطالعات پیشین نیز نشان داده‌اند که استغراق موضعی یکی از مهم‌ترین عوامل محدودکننده عملکرد سرریزهای کلیدپیانویی در هدهای بالا است. در چنین شرایطی، افزایش شدت آشفتگی و تداخل جریان در داخل کلیدها موجب کاهش ضریب دبی می‌شود (Pfister and Machiels et al., 2014; Schleiss, 2013).

بر اساس نتایج مطالعات آزمایشگاهی، عملکرد بهینه سرریزهای کلیدپیانویی معمولاً در محدوده مشخصی از نسبت هد به ارتفاع سرریز حاصل می‌شود. بسیاری از پژوهش‌ها نشان داده‌اند که بهترین کارایی هیدرولیکی این سرریزها در محدوده نسبت  $H/P$  حدود ۰/۲ تا ۰/۷ مشاهده می‌شود. در مقادیر بزرگ‌تر این نسبت، اثرات استغراق و تداخل جریان به تدریج افزایش یافته و در نتیجه کارایی سرریز کاهش می‌یابد. بنابراین در طراحی هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی لازم است علاوه بر پارامترهای هندسی، محدوده هد بهره‌برداری نیز در نظر گرفته شود تا از کاهش راندمان سرریز در دبی‌های بالا جلوگیری گردد.



شکل ۷- نسبت  $L'/L$  در مقابل  $H_t/P$  برای سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی (PRKW) و دوزنقه‌ای (TPKW) شیب‌دار؛ (الف) در جهت جریان (ب) خلاف جهت جریان

آشفته‌گی در ورودی کلیدها شده و خطوط جریان یکنواخت‌تری را ایجاد می‌کند که به افزایش ضریب تخلیه کمک می‌کند. تصویر مکمل این شکل، تداخل و الگوی جریان در کلیدهای خروجی همان مدل را در شکل ۹ نشان می‌دهد.



شکل ۸- آشفته‌گی زیر کلیدهای ورودی در سرریز کلید پیانویی مستطیلی با شیب ۵ درجه خلاف جهت جریان (دید از پایین‌دست)

آنچه که در شکل ۷ به‌وضوح نشان داده می‌شود این است که در حالت خلاف جهت جریان (بخش ب)، افزایش طول مؤثر در مدل دوزنقه‌ای تا حدود ۱۰-۱۲٪ بیشتر از مدل مستطیلی است و حساسیت به هد کمتر مشاهده می‌شود که دلیل اصلی برتری عملکرد هیدرولیکی این پیکربندی است.

### مقایسه رفتار جهت و خلاف جهت جریان

بر اساس داده‌ها، جهت شیب نقش تعیین‌کننده‌ای در عملکرد دارد: الف - حالت خلاف جهت جریان: در چنین حالتی بیشترین مقدار  $L'$ ، کمترین مقدار جدایش جریان، بیشترین افزایش  $C_d$ ، مناسب‌ترین عملکرد در هدهای بالا و بیشترین پایداری الگوی جریان وجود دارد و ب- حالت در جهت جریان: افزایش شیب در دبی‌های کم مؤثر است ولی در هدهای بالا تلاطم و گردابه در ورودی کلید افزایش یافته و عملکرد کاهش می‌یابد. با بررسی زاویه ۷/۵ درجه مشخص شد نقطه بهینه برای این حالت است. در نتیجه عملکرد سرریز در حالت "خلاف جهت جریان" به طور میانگین ۵ تا ۱۵٪ بهتر از حالت "در جهت جریان" است.

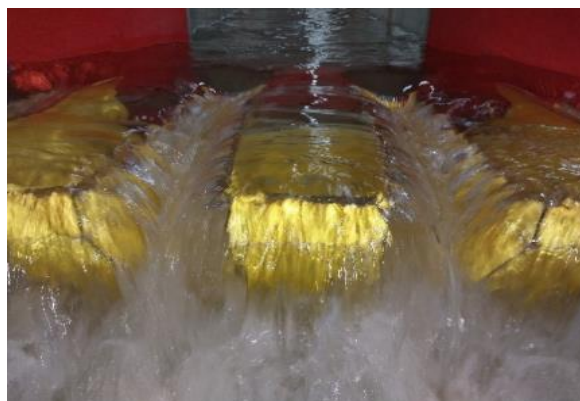
برای درک بهتر الگوی جریان در ورودی کلیدها، تصویر ثبت‌شده از آشفته‌گی و جدایش جریان زیر کلیدهای ورودی در مدل مستطیلی با شیب ۵ درجه خلاف جهت جریان در شکل ۸ ارائه شده است.

همان‌طور که در شکل ۸ قابل‌مشاهده است، شیب خلاف جهت جریان موجب کاهش قابل‌توجه ناحیه جدایش و

مربوط به مدل دوزنقه‌ای با شیب خلاف جهت جریان و زاویه‌ی ۱۰ درجه بود که بیشترین مقدار  $C_d$  را در بین تمامی مدل‌ها ثبت کرد. برتری این مدل به توزیع یکنواخت‌تر جریان ورودی، کاهش افت انرژی موضعی و گسترش تدریجی عرض کلیدها مرتبط است که موجب پایداری بالاتر جریان در تاج سرریز می‌شود. به‌طور کلی، نتایج تحلیل‌ها بیانگر آن است که شیب خلاف جهت جریان عامل مؤثر در افزایش کارایی تخلیه است و هندسه‌ی دوزنقه‌ای نسبت به مستطیلی پتانسیل بیشتری برای بهره‌برداری از این اثر دارد.

علاوه بر این، نسبت بی‌بعد  $H_t/P$  (هد کل به ارتفاع سرریز) نیز نقش مهمی در رفتار هیدرولیکی سرریزها ایفا می‌کند. بررسی داده‌ها نشان داد که اثر شیب جانبی و هندسه در مقادیر مختلف این نسبت متفاوت است. در هدهای پایین (نسبت‌های کوچک  $H_t/P$ ) اختلاف عملکرد بین مدل‌ها از نظر  $C_d$  و طول مؤثر قابل توجه بود و شیب خلاف جهت جریان باعث افزایش تا حدود ۱۵ درصدی  $C_d$  نسبت به شرایط بدون شیب شد. با افزایش هد (نسبت‌های متوسط تا بالا)، منحنی‌های عملکرد مدل‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر گردیدند و اثر شیب کاهش یافت. در مقادیر بالا، عملکرد عمدتاً توسط هندسه‌ی تاج تعیین شد و تأثیر شیب جانبی محدودتر بود. این یافته‌ها نشان می‌دهند که در شرایط سیلابی با هد بزرگ، انتخاب هندسه‌ی مناسب مانند دوزنقه‌ای نقش تعیین‌کننده‌تری نسبت به تنظیم زاویه‌ی شیب دارد، زیرا هندسه‌ی دوزنقه‌ای پایداری بالاتر و توزیع یکنواخت‌تری از جریان در ناحیه‌ی اشباع فراهم می‌کند.

یکی از محدودیت‌های عملکردی سرریزهای کلیدپیانویی در دبی‌های بالا، وقوع پدیده استغراق موضعی در ناحیه کلیدهای ورودی است. در این شرایط با افزایش هد، تداخل جریان‌های ورودی و خروجی و افزایش آشفتگی موجب کاهش کارایی هیدرولیکی سرریز می‌شود. مطالعات پیشین نشان داده‌اند که عملکرد بهینه این سرریزها معمولاً در محدوده نسبت هد به ارتفاع سرریز ( $H_t/P$ ) کمتر از حدود ۰/۵ تا ۰/۷ حاصل می‌شود و در مقادیر بالاتر، اثرات استغراق تدریجاً افزایش می‌یابد؛ بنابراین طراحی این نوع سرریزها باید با توجه به محدوده مناسب هد و شرایط بهره‌برداری انجام شود.



شکل ۹- تداخل جریان در کلیدهای خروجی سرریز کلیدپیانویی مستطیلی با شیب ۵ درجه خلاف جهت جریان (دید از پایین دست)

شکل ۹، بیانگر هواده‌ی مناسب تیغه ریزشی و عدم تداخل شدید جریان در کلیدهای خروجی است که در نتیجه شیب خلاف جهت جریان، افت انرژی موضعی را به حداقل می‌رساند و پایداری هیدرولیکی را بهبود می‌بخشد.

نتایج ارائه‌شده در شکل ۴ تا شکل ۹ تأیید می‌کنند که ترکیب هندسه دوزنقه‌ای با شیب جانبی خلاف جهت جریان (به‌ویژه ۷/۵ تا ۱۰ درجه) بهینه‌ترین عملکرد هیدرولیکی را ارائه می‌دهد.

#### تحلیل ضریب تخلیه ( $C_d$ )

در ارزیابی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی، ضریب تخلیه  $C_d$  به‌عنوان شاخص اصلی بررسی شد. نتایج حاصل از آزمایش‌ها نشان داد که زاویه و جهت شیب جانبی تأثیر قابل توجهی بر مقدار  $C_d$  دارند و این تأثیر در دو هندسه‌ی مستطیلی و دوزنقه‌ای رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد. در هندسه‌ی مستطیلی، افزایش زاویه‌ی شیب از ۵ تا ۱۰ درجه موجب رشد  $C_d$  در حدود ۳ تا ۸ درصد شد. مدل‌های با شیب خلاف جهت جریان عملکرد بهتری نسبت به حالت در جهت جریان داشتند و مقدار  $C_d$  آن‌ها حدود ۵ تا ۱۲ درصد بیشتر بود. این بهبود به کاهش ناحیه‌ی جدایش جریان، افزایش یکنواختی خطوط جریان و افزایش طول مؤثر تاج نسبت داده می‌شود. با این حال، در زوایای بیشتر مانند ۱۰ درجه و در حالت در جهت جریان، ناپایداری‌های جزئی مشاهده شد که اندکی از کارایی کلی می‌کاهد.

در هندسه‌ی دوزنقه‌ای، حساسیت به تغییر زاویه‌ی جانبی بیشتر است و افزایش زاویه از ۵ تا ۱۰ درجه، افزایش  $C_d$  در حدود ۸ تا ۱۵ درصد را در پی دارد. بهترین عملکرد کل

جدول ۱- مقایسه مقادیر  $C_d$  واقعی (اندازه‌گیری شده) و پیش‌بینی شده توسط مدل‌های ANN و XGBoost

ردیف	$C_d$ واقعی (اندازه‌گیری)	$C_d$ پیش‌بینی ANN	$C_d$ پیش‌بینی XGBoost
۱	۰/۳۵۸	۰/۳۵۵	۰/۳۵۷
۲	۰/۳۷۹	۰/۳۸۷	۰/۳۷۹
۳	۰/۴۲۲	۰/۴۲۲	۰/۴۱۹
۴	۰/۴۶۶	۰/۴۶۰	۰/۴۶۳
۵	۰/۴۷۱	۰/۴۷۵	۰/۴۷۳
۶	۰/۵۰۲	۰/۴۹۴	۰/۵۰۶
۷	۰/۵۶۰	۰/۵۶۱	۰/۵۶۰
۸	۰/۵۷۹	۰/۵۶۵	۰/۵۸۲
۹	۰/۵۹۱	۰/۵۸۲	۰/۵۹۳
۱۰	۰/۶۳۷	۰/۶۳۹	۰/۶۳۵
۱۱	۰/۶۵۳	۰/۶۵۹	۰/۶۵۵
۱۲	۰/۶۸۴	۰/۶۸۶	۰/۶۹۱
۱۳	۰/۷۲۶	۰/۷۲۵	۰/۷۲۶
۱۴	۰/۷۲۵	۰/۷۲۲	۰/۷۳۲
۱۵	۰/۷۵۹	۰/۷۴۵	۰/۷۴۷
۱۶	۰/۸۰۷	۰/۸۰۰	۰/۸۱۱
۱۷	۰/۸۳۱	۰/۸۲۷	۰/۸۳۲
۱۸	۰/۸۸۲	۰/۸۹۴	۰/۸۸۱
۱۹	۰/۸۹۵	۰/۸۹۹	۰/۸۹۶
۲۰	۰/۹۱۹	۰/۸۹۹	۰/۹۰۸
۲۱	۰/۹۹۳	۰/۹۹۷	۰/۹۹۱
۲۲	۰/۹۹۸	۰/۹۹۴	۰/۱۰۰
۲۳	۱/۰۳۴	۱/۰۲۵	۱/۰۴۳
۲۴	۱/۰۴۲	۱/۰۵۰	۱/۰۳۹
۲۵	۱/۰۸۷	۱/۱۰۰	۱/۰۸۱
۲۶	۱/۱۲۸	۱/۱۴۰	۱/۱۲۴
۲۷	۱/۱۴۰	۱/۱۲۸	۱/۱۴۶
۲۸	۱/۱۹۴	۱/۱۸۹	۱/۱۹۶
۲۹	۱/۲۱۰	۱/۲۱۵	۱/۲۰۶
۳۰	۱/۲۴۶	۱/۲۶۰	۱/۲۵۰

نتایج جدول نشان‌دهنده دقت بالای مدل XGBoost ( $R^2 \approx 0.9997$ ,  $RMSE \approx 0.0046$ ) نسبت به ANN ( $R^2 \approx 0.999$ ,  $RMSE \approx 0.0085$ ) است. این انطباق عالی، قابلیت استفاده از مدل‌های پیشنهادی برای بهینه‌سازی طراحی سرریزها در عمل را تأیید می‌کند. از دیدگاه طراحی و بهره‌برداری، PKW به‌عنوان راهکاری اقتصادی برای افزایش ظرفیت سرریز سدها معرفی شده است (Ouamane and Lempérière, 2003; Autah and Freitas, 2017).

### تفسیر فیزیکی نتایج یادگیری ماشین (ML)

در این مطالعه، برای مدل‌سازی رابطه غیرخطی بین متغیرهای ورودی و خروجی از شبکه عصبی مصنوعی پیش‌خور (FANN) استفاده شد. ساختار شبکه شامل یک لایه ورودی، دو لایه پنهان و یک لایه خروجی بود. تعیین تعداد لایه‌های پنهان و نرون‌های هر لایه بر اساس فرایند آزمون و خطا و باهدف دستیابی به حداقل خطای پیش‌بینی انجام گرفت. نتایج نشان داد که ساختار شامل دو لایه پنهان با [N1] و [N2] نرون در لایه‌های پنهان اول و دوم، به ترتیب، بهترین عملکرد را از نظر دقت پیش‌بینی و پایداری مدل فراهم می‌کند.

برای آموزش شبکه از الگوریتم پس انتشار خطا استفاده شد و فرایند بهینه‌سازی وزن‌ها با استفاده از الگوریتم Levenberg-Marquardt / Adam/Gradient Descent انجام شد. در لایه‌های پنهان از تابع فعال‌سازی غیرخطی tansig یا ReLU استفاده شد تا توانایی شبکه در مدل‌سازی روابط غیرخطی میان متغیرها افزایش یابد، در حالی که در لایه خروجی از تابع فعال‌سازی خطی Purelin استفاده شد تا مقدار خروجی به صورت پیوسته و بدون محدودیت بازتولید شود.

به‌منظور افزایش قابلیت تعمیم مدل و جلوگیری از بیش‌برازش، داده‌های موجود به سه بخش شامل مجموعه آموزش، اعتبارسنجی و آزمون تقسیم شدند. در این چارچوب، فرایند آموزش تا زمانی ادامه یافت که خطای مجموعه اعتبارسنجی به حداقل مقدار خود برسد. عملکرد مدل توسعه‌یافته با استفاده از شاخص‌های آماری نظیر ضریب تعیین ( $R^2$ )، خطای میانگین مربعات (MSE) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) ارزیابی شد.

تحلیل نتایج نشان داد که ساختار انتخاب‌شده شبکه عصبی قادر است روابط پیچیده و غیرخطی بین پارامترهای ورودی و خروجی سیستم را با دقت قابل قبول بازتولید کند. بنابراین، مدل پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان ابزاری کارآمد برای پیش‌بینی رفتار سیستم و تحلیل اثر متغیرهای مختلف مورد استفاده قرار گیرد.

جدول ۱، مقادیر نمونه‌ای از مقایسه مقادیر  $C_d$  اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده را برای ۳۰ نقطه داده ارائه می‌دهد. این مقایسه نشان‌دهنده انطباق بسیار خوب پیش‌بینی‌ها با داده‌های واقعی است. این روش نسبت به مدل‌های سنتی (مانند رگرسیون) دقت بالاتری دارد و می‌تواند برای بهینه‌سازی طراحی در سدهای واقعی استفاده شود.

## تحلیل حساسیت مدل XGBoost

با استفاده از معیار gain در XGBoost، تحلیل اهمیت ویژگی‌ها نشان داد که پارامتر  $H_t/P$  بیشترین تأثیر را بر پیش‌بینی ضریب تخلیه دارد (اهمیت نسبی  $\approx 0.45$ ). پس از آن، جهت شیب دیواره جانبی (upstream-facing) و زاویه شیب  $\theta$  به ترتیب در رتبه‌های دوم و سوم بودند که تأییدکننده یافته‌های تجربی است: شیب خلاف جهت جریان و زوایای  $7/5$ - $10$  درجه بیشترین بهبود را در  $C_d$  ایجاد می‌کنند. هندسه دوزنقه‌ای نیز نسبت به مستطیلی اهمیت

قابل توجهی داشت. این نتایج با مطالعات مشابه (مانند Fatahi-Alkouhi, et al. و Gharehbaghi, et al. 2023 (2024) همخوانی دارد که هد نسبی را به‌عنوان پارامتر غالب معرفی کرده‌اند.

## مقایسه دو هندسه سرریز کلیدپیانویی

در جدول ۲، مقایسه جامع عملکرد هیدرولیکی دو هندسه سرریز کلیدپیانویی (مستطیلی و دوزنقه‌ای) تحت شیب‌های  $5/7$  و  $10$  درجه را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مقایسه کلی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای PKW مستطیلی و دوزنقه‌ای

پارامتر	PKW مستطیلی	PKW دوزنقه‌ای
رفتار رابطه دبی - اشل Q-H	افزایش تا $0.35 \approx H/P$ و سپس کاهش ملایم	افزایش یکنواخت در کل بازه هد
حداکثر ضریب تخلیه $C_d$	$0.95 \approx$ (خلاف جریان) و $0.82 \approx$ (در جهت جریان)	$0.90 \approx$ (در جهت جریان)
حساسیت $C_d$ به زاویه شیب $\theta$	زیاد	کم
جدایش جریان	قابل توجه در $\theta$ بالا	محدود
الگوی جریان ورودی	ناپایدار در هدهای بالا	یکنواخت‌تر
حساسیت طول مؤثر $L'/L$ به هد	زیاد	کم
تأثیر جهت شیب	قابل توجه	ناچیز
پایداری هیدرولیکی	متوسط	بالا

همان‌گونه که در جدول و نمودارها مشاهده می‌شود، دیواره‌های مایل در هندسه دوزنقه‌ای با هدایت مؤثرتر جریان به داخل کلیدها، موجب کاهش انقباض جریان و بهبود تهویه ناپ می‌شوند. بنابراین، تفاوت عملکرد مشاهده‌شده صرفاً یک پدیده آماری نبوده و ریشه در مکانیزم‌های فیزیکی جریان دارد. نتایج مدل‌سازی داده‌محور نشان داد که مدل‌های غیرخطی نسبت به رگرسیون خطی چندگانه توانایی بیشتری در بازنمایی روابط بین پارامترهای هندسی و ضریب دبی دارند. با این حال، هدف اصلی این مدل‌ها بازتولید دقیق داده‌های آزمایشگاهی در بازه بررسی‌شده بوده و نباید به‌عنوان ابزار تعمیردهنده خارج از دامنه داده‌ها تلقی شوند. تحلیل حساسیت خروجی مدل‌ها بیانگر آن است که پارامترهای هندسی، به‌ویژه زاویه شیب دیواره‌های جانبی، نقش غالب‌تری نسبت به تراز هیدرولیکی در تغییرات ضریب دبی ایفا می‌کنند. در مجموع، حذف توصیف‌های تکراری نمودارها و تمرکز بر تفسیر فیزیکی نتایج نشان می‌دهد که بهبود عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی بیش از

آنکه وابسته به افزایش هد جریان باشد، متأثر از نحوه هدایت و توزیع جریان توسط هندسه سازه است. نتایج این پژوهش با یافته‌های مطالعات پیشین در زمینه عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی همخوانی دارد و نشان می‌دهد که پارامترهای هندسی سرریز و شرایط هیدرولیکی جریان نقش تعیین‌کننده‌ای در ظرفیت تخلیه جریان دارند. درک بهتر این روابط می‌تواند به بهینه‌سازی طراحی این نوع سرریزها در سازه‌های هیدرولیکی کمک کند.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کلیدپیانویی نوع A- با دو هندسه مستطیلی و دوزنقه‌ای و زوایای شیب جانبی  $5/7$  و  $10$  درجه در جهت و خلاف جهت جریان به‌صورت آزمایشگاهی و داده‌محور بررسی شد. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از شیب جانبی خلاف جهت جریان (upstream-facing) موجب کاهش قابل توجه جدایش جریان، افزایش طول مؤثر تاج و در

### تضاد منافع نویسندگان

در این مقاله هیچ‌گونه تضاد منافی وجود ندارد و این مسئله مورد تأیید نویسندگان است.

### دسترسی به داده‌ها

داده‌های تولیدشده و تحلیل‌شده در این پژوهش بنا به درخواست از نویسندگان مسئول ارائه می‌شود.

### مشارکت نویسندگان

کلیه مراحل جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها، ویرایش و بازبینی مقاله و اصلاح و واپایش نتایج توسط نویسندگان انجام گرفته است.

### اصول اخلاقی

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این اثر علمی رعایت نموده و این موضوع مورد تأیید نویسندگان است.

### منابع

1. Akbari, M., Salmasi, F., Arvanaghi, H., Karbasi, M., and Farsadizadeh, D., 2020. Effective Geometrical parameters on discharge coefficient of gated piano key weir. *Iranian Water Research Journal*, 14(3), pp.115-121. [In Persian] <https://doi.org/10.22093/iwrj.2020.222379.1764>
2. Anderson, R. M., and Tullis, B.P., 2013. Piano key weir hydraulics and labyrinth weir comparison. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(3), pp.246-253. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000530](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000530)
3. Anderson, R. M., and Tullis, B.P., 2012. Comparison of piano key and rectangular labyrinth weir hydraulics. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(4), pp.358-361. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000524](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000524)
4. Belaabed, F., and Ouamane, A., 2011. Contribution to the study of the piano key weirs submerged by the downstream level. In *Labyrinth and Piano Key Weirs – PKW* pp. 89-96. <https://doi.org/10.1201/b11455-10>
5. Erpicum, S., Machiels, O., and Piroton, M., 2016. Numerical modelling of flow over piano key weirs: Influence of inlet and outlet geometries. *Journal of Hydro-Environment Research*, 12, pp.78-89. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2016.01.004>
6. Erpicum, S., Machiels, O., Piroton, M., and Archambeau, P., 2023. Recent advances in piano

نتیجه بهبود ضریب تخلیه (Cd) می‌شود؛ به طوری که مقدار Cd در مقایسه با حالت مرجع حدود ۵ تا ۱۵ درصد افزایش یافته است. همچنین نتایج نشان داد که هندسه ذوزنقه‌ای در تمام شرایط آزمایش شده، در محدوده عمق نسبی  $0.40 \leq H/P \leq 1.0$ ، عملکرد هیدرولیکی بهتری نسبت به هندسه مستطیلی از خود نشان داده و مقادیر ضریب تخلیه آن تا حدود ۱۵ درصد بیشتر بوده است. بررسی ترکیب پارامترهای هندسی نیز نشان داد که بهترین عملکرد هیدرولیکی مربوط به سرریزهای ذوزنقه‌ای با شیب جانبی خلاف جهت جریان و زاویه جانبی در محدوده ۷/۵ تا ۱۰ درجه است. علاوه بر این، تحلیل نتایج بیانگر آن است که در هدهای پایین، اثر شیب جانبی در کنترل الگوی جریان و بهبود عملکرد هیدرولیکی نقش تعیین‌کننده‌ای دارد، درحالی‌که با افزایش هد و عمق نسبی، تأثیر هندسه کلید (ذوزنقه‌ای بودن پلان سرریز) غالب‌تر شده و نقش مهم‌تری در افزایش ضریب تخلیه ایفا می‌کند.

در هدهای بالاتر، تأثیر هندسه کلید (ذوزنقه‌ای) بر رفتار هیدرولیکی سرریز غالب‌تر بوده و نقش مهم‌تری در افزایش ضریب تخلیه ایفا می‌کند. نتایج مدل‌سازی داده‌محور نیز نشان داد که مدل‌های یادگیری ماشین، به‌ویژه XGBoost و شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، قادر به پیش‌بینی ضریب تخلیه با دقت بالا هستند؛ به طوری که مقدار ضریب تعیین در این مدل‌ها بیش از ۰/۹۸ و خطای نسبی کمتر از ۲ درصد به دست آمد. با این حال، لازم به ذکر است که دقت این مدل‌ها وابسته به محدوده داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در آموزش بوده و قابلیت تعمیم آن‌ها به شرایط خارج از دامنه داده‌های مطالعه‌شده ممکن است با عدم قطعیت همراه باشد. همچنین انتخاب ساختار شبکه عصبی، شامل تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نرون‌ها و نوع تابع آموزش، می‌تواند بر عملکرد مدل تأثیرگذار باشد؛ از این رو تعیین بهینه این پارامترها عمدتاً بر اساس آزمون و خطا و ارزیابی شاخص‌های خطا انجام شده است. بنابراین، با وجود دقت بالای مدل‌های داده‌محور، توسعه پایگاه داده بزرگ‌تر و بررسی ساختارهای مختلف مدل می‌تواند به بهبود قابلیت تعمیم و اطمینان‌پذیری نتایج در مطالعات آینده کمک کند.

### تقدیر و تشکر

در این بخش از همکاری آقای مهندس علی غلامی در انجام پژوهش حاضر قدردانی می‌شود.

17. Kumar, R., and Chandra, R., 2024. ANN-based prediction of flow over labyrinth and piano key weirs. *Applied Water Science*, 14(2), 221. <https://doi.org/10.1007/s13201-023-01821-9>
18. Lempérière, F., and Ouamane, A., 2003. The Piano Keys weir: a new cost-effective solution for spillways. *International Journal on Hydropower & Dams*, 10(5), pp.144-149.
19. Li, Y., Tullis, B., and Erpicum, S., 2025. State-of-the-art review of piano key weir research: 2015–2025. *Water Research*, 257, 120500. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2024.120500>
20. Machiels, O., Erpicum, S., Archambeau, P., Dewals, B., and Piroton, M., 2011. Experimental observation of flow characteristics over a piano key weir. In *Labyrinth and Piano Key Weirs – PKW 2011*, pp. 13–20. <https://doi.org/10.1201/b11455-3>
21. Machiels, O., Erpicum, S., Piroton, M., Archambeau, P., and Dewals, B., 2014. Scale effects on the discharge capacity of piano key weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 52(3), pp.375–381. <https://doi.org/10.1080/00221686.2014.888441>
22. Pfister, M., and Schleiss, A. J., 2013. Head–discharge relationships for piano key weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(5), pp.523–532. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000699](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000699)
23. Rahmanian, M., and Poursharifi, M., 2024. Influence of side-wall inclination on the flow pattern and discharge coefficient of trapezoidal piano key weirs. *Water Science and Engineering*, 17(1), pp.45–60. <https://doi.org/10.1016/j.wse.2023.11.003>
24. Romero, H., and López, A., 2020. Optimization of piano key weir geometry using CFD. *Water Resources and Hydraulic Engineering*, 11(2), pp.124–135. <https://doi.org/10.1061/JWRHEE.2020.0022>
25. Salmasi, F., and Kabiri-Samani, A., 2013. Experimental study of flow over triangular piano key weirs. *Iranian Journal of Science and Technology – Transactions of Civil Engineering*, 37(C1), pp. 67–75. <https://doi.org/10.1007/s40996-013-0012-x>
26. Shokri, M. and Gholami, A., 2026. In press. Experimental evaluation of discharge coefficient and performance of sloped and non-sloped rectangular and trapezoidal piano key weirs. *Journal of Applied Research in Water and Wastewater*. <https://doi.org/10.22126/arww.2026.11468.1350>
27. Zhang, R., Liu, C., and Chen, Y., 2023. Numerical investigation of flow characteristics and discharge efficiency of piano key weirs. *Water*, 15(7), 1298. <https://doi.org/10.3390/w15071298>
- key weir hydraulic performance. *Journal of Hydraulic Research*, 61(4), pp.567–582. <https://doi.org/10.1080/00221686.2023.2173941>
7. Autah, M., and De Freitas, M. H., 2017. Piano key weirs—A revolutionary type of spillway for large dams. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(12), 04017083. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001391](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001391)
8. Fatahi-Alkouhi, R., Afaridegan, E., and Amanian, N., 2024. Discharge coefficient estimation of modified semi-cylindrical weirs using machine learning approaches. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 38(8), pp.3177–3198. <https://doi.org/10.1007/s00477-024-02685-z>
9. García, D., López, M., and Gutierrez, J., 2024. Hydraulic performance of piano key weirs under high-head flood conditions. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 18(1), pp.1123–1141. <https://doi.org/10.1080/19942060.2024.2361298>
10. Gharehbaghi, A., Ghasemlounia, R., Afaridegan, E., Haghiabi, A., Mandala, V., Azamathulla, H. M., and Parsaie, A., 2023. A comparison of artificial intelligence approaches in predicting discharge coefficient of streamlined weirs. *Journal of Hydroinformatics*, 25(4), pp.1513–1530. <https://doi.org/10.2166/hydro.2023.185>
11. Hashimoto, R., and Tani, K., 2025. Performance of stepped spillways under climate-enhanced floods. *Water Resources Management*, 39(2), pp.434–449. <https://doi.org/10.1007/s11269-024-03782-4>
12. Hosseini, S., Khosravi, V., and Kisi, O., 2024. Predicting discharge coefficient of weirs using XGBoost and Random Forest models. *Journal of Hydraulic Engineering*, 150(3), 04024015. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0002202](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0002202)
13. Izadinia, E., and Omidvar, M., 2021. Experimental evaluation of discharge coefficient of the combined culvert-piano key weir. *Iranian Water Research Journal*, 15(3), pp.25-36. [In Persian]
14. Johari, A., and Kisi, O., 2023. Hybrid ML models for prediction of discharge coefficients in non-linear weirs. *Journal of Hydroinformatics*, 25(3), pp.455–470. <https://doi.org/10.2166/hydro.2023.051>
15. Kabiri-Samani, A., and Javaheri, A., 2012. Discharge coefficients for free and submerged flow over piano key weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 50(1), pp.114–120. <https://doi.org/10.1080/00221686.2011.637021>
16. Kim, S., and Park, J., 2023. Impact of sidewall inclination on flow separation in open channels. *Journal of Hydraulic Research*, 61(2), pp.224–240. <https://doi.org/10.1080/00221686.2022.2141937>