

## تحلیل چندمتغیره خطر سیل با استفاده از توابع مفصل تودرتو در حوضه آبخیز بازفت

ساسان امینی<sup>۱</sup>، رفعت زارع بیدکی<sup>۲\*</sup>، رسول میرعباسی نجفآبادی<sup>۳</sup> و مریم شفایی<sup>۴</sup>

### چکیده

تحلیل خطر سیل، مهم‌ترین گام علمی در راستای کاهش خسارت‌های ناشی از وقوع سیل است. سیل پدیده‌ای چندبُعدی است و لازم است تحلیل خطر همه ابعاد آن به‌صورت همزمان انجام گیرد تا برآورد دقیق‌تری از ریسک وقوع آن و حجم خسارت‌ها به‌دست آید. در این مقاله، تحلیل دو و سه‌متغیره سیلاب در حوضه آبخیز بازفت واقع در استان چهارمحال و بختیاری انجام شد. به‌این‌منظور، سه مشخصه حجم سیل (V)، زمان تداوم سیل (D)، و دبی اوج سیل (P)، از ۹۸ رخداد سیل در این حوضه استخراج شد. توابع مفصل تودرتو برای مدل‌کردن ساختار وابستگی این سه متغیر انتخاب شد. شش تابع مفصل کلایتون، جویی، فرانک، تی استیودنت، گوسی و گامبل برای پیوند دو و سپس سه متغیر یادشده استفاده شد. درنهایت، دوره بازگشت توأم اولیه، ثانویه و شرطی محاسبه شد. مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای برازش‌یافته بر داده‌های حجم سیل، لوگ گاما، دبی اوج سیل، و بیول، و زمان تداوم سیل، لوگ نرمال بودند. دو متغیر دبی اوج و حجم سیل بهترین زوج برای ایجاد تابع توزیع دومتغیره هستند که در مرحله بعد با متغیر سوم، یعنی زمان تداوم سیل، مفصل شدند. مقایسه توزیع‌های چندمتغیره ایجادشده با مفصل تجربی متناظر نشان داد که در پیوند دومتغیره PV، مفصل فرانک (NS=0.996) و در پیوند سه‌متغیره PVD، مفصل گامبل (NS=0.978) بهترین برازش را بر داده‌های مشاهده‌ای داشتند. مقایسه مقادیر چندک متغیرهای سیل برای دوره‌های مختلف بازگشت تک‌متغیره، دومتغیره و سه‌متغیره متناظر در حالت‌های AND و OR در حوضه بازفت، نشان داد که دوره بازگشت ثانویه آن، از حالت AND متناظر آن دوره کوچک‌تر و از حالت OR متناظر آن بزرگ‌تر است. همچنین مقایسه دوره بازگشت‌های شرطی توأم، نشان داد که دوره‌های بازگشت شرطی نوع دوم (یعنی دوره بازگشت وقوع یک متغیر سیل به شرط وقوع دو متغیر دیگر سیل) از مقادیر مربوط به نوع اول، (یعنی دوره بازگشت وقوع دو متغیر داده‌شده به شرط وقوع متغیر سوم) بیشتر است.

**واژه‌های کلیدی:** دوره بازگشت توأم ثانویه، دوره بازگشت شرطی، مفصل ارشمیدسی، مفصل نیمه‌بیضوی.

ارجاع: امینی س. زارع بیدکی ر. میرعباسی نجفآبادی ر. و شفایی م. ۱۴۰۱. تحلیل چندمتغیره خطر سیل با استفاده از توابع مفصل تودرتو در حوضه آبخیز بازفت. مجله پژوهش آب ایران. ۴۵: ۴۷-۵۶. <https://dx.doi.org/10.22034/iwrj.2022.10181.2376>

۱- دانش‌آموخته دکتری آبخیزداری، گروه مهندسی طبیعت، دانشگاه شهرکرد.

۲- استادیار آبخیزداری، گروه مهندسی طبیعت، دانشگاه شهرکرد.

۳- دانشیار گروه مهندسی منابع آب، دانشگاه شهرکرد.

۴- دکتری منابع آب و کارشناس تخصصی منابع آب وزارت نیرو.

\* نویسنده مسئول: [rafat13581@yahoo.com](mailto:rafat13581@yahoo.com)

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۰/۱۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۱۰

## مقدمه

تحلیل فراوانی سیل، رویکردی برای ارتباط چندک‌های طراحی سیل و فراوانی وقوع آن‌ها با برازش توابع توزیع احتمال است (یو و راسموسن، ۲۰۰۲). سیل پدیده‌ای چندبُعدی است و کاربرد تحلیل فراوانی تک‌بُعدی آن، در مدیریت سیلاب به‌خصوص در طراحی سازه‌ها با عدم قطعیت همراه است. توابع چگالی احتمال توأم و توابع توزیع تجمعی توأم، در پیش‌بینی ریسک هیدرولوژیکی سیل از طریق ترسیم وابستگی‌های متقابل بین ویژگی‌های چندگانه آن مورد استفاده قرار می‌گیرند (لطیف و مصطفی، ۲۰۲۰)؛ اما با افزایش تعداد متغیرها پیچیدگی توابع زیاد شده و حل آن‌ها مشکل می‌شود. همچنین همه متغیرها باید از تابع توزیع مشابه تبعیت کنند (ژانگ و همکاران، ۲۰۰۷؛ سانگ و ساین، ۲۰۱۰). توابع مفصل این قابلیت را دارند که چند متغیر با توزیع متفاوت را در یک تابع توزیع چندمتغیره پیوند دهند. در تحلیل چندمتغیره سیل، ابتدا توابع مفصل برای پیوندکردن دو مشخصه سیل، دبی اوج-زمان تداوم، دبی اوج-حجم سیلاب، زمان تداوم-حجم سیلاب مورد استفاده قرار گرفته‌است (فاور و همکاران، ۲۰۰۴؛ ردی و گنگولی، ۲۰۱۲) و در ادامه تعداد متغیرها به سه و چهار متغیر افزایش یافته‌اند (سندوال و رینال-ولیسنور، ۲۰۰۸، گریمالدی و سرینالدی، ۲۰۰۶؛ شفیایی و همکاران، ۲۰۱۷).

توابع مفصل متنوعی تاکنون معرفی شده‌اند. مفصل‌های ارشمیدسی<sup>۱</sup> از پرکاربردترین و مشهورترین خانواده‌ها در میان خانواده مفصل‌ها هستند (گائو و همکاران، ۲۰۱۸؛ محمدپور و همکاران، ۱۳۹۵). مفصل‌های ارشمیدسی از طریق یک تابع تک‌متغیره به نام تابع مولد، فرمول‌بندی می‌شوند (دورانتی و سمی، ۲۰۱۶). دلیل استفاده زیاد از مفصل‌های ارشمیدسی در هیدرولوژی توانایی پوشش همبستگی منفی و مثبت بین داده‌ها، تعداد زیاد آن‌ها و سهولت ایجاد و کاربرد آن‌هاست (زراعتی و ذونعمت کرمانی، ۱۳۹۶). از این خانواده می‌توان به مفصل‌های کامل<sup>۲</sup>، فرانک<sup>۳</sup>، جویی<sup>۴</sup> و کلایتون<sup>۵</sup> اشاره کرد (بیزک و همکاران، ۲۰۱۴؛ ردی و گنگولی، ۲۰۱۲). گریمالدی و سرینالدی

(۲۰۰۶) برای اولین بار از مفصل تودرتو (مفصل نامتقارن<sup>۶</sup>) در حوضه رودخانه کانوا در ایتالیا برای تحلیل فراوانی سیل استفاده کردند و نشان دادند که مفصل ارشمیدسی نامتقارن، از انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به مفصل‌های متقارن برخوردار هستند.

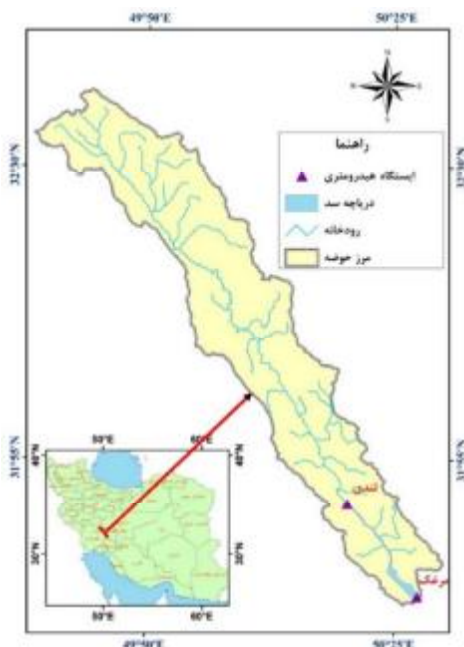
مفصل‌های نیمه‌بیضوی به دلیل داشتن دامنه وسیعی از تغییرات رفتاری توأم که از منفی تا مثبت را دربرمی‌گیرند، کاربرد گسترده‌ای در مسائل چندمتغیره دارند. شکل کلی آن‌ها از تابع توزیع احتمالاتی نیمه‌بیضوی<sup>۷</sup> نشأت می‌گیرد. این خانواده دارای دو مفصل عمده و مهم به اسم مفصل گوسی<sup>۸</sup> و مفصل تی استیودنت<sup>۹</sup> هستند. گنست و همکاران (۲۰۰۷) از هشت تابع مفصل نیمه‌بیضوی<sup>۱۰</sup>، برای تحلیل چندمتغیره داده‌های هیدرولوژیکی در رودخانه رومین (کبک کانادا) استفاده کردند و نشان دادند که این نوع مفصل عملکرد قابل‌قبولی در تحلیل سه‌متغیره دبی اوج، حجم و تداوم سیل دارد.

با معرفی توابع مفصل، چشم‌انداز جدیدی در تحلیل فراوانی چندمتغیره سیل و دوره بازگشت‌های مربوط ایجاد شد که می‌تواند به تحلیل دقیق‌تر ریسک هیدرولوژی کمک کند (سراج و همکاران، ۲۰۱۵؛ سو و همکاران، ۲۰۱۷؛ جیانپینگ و همکاران، ۲۰۱۸). در این راستا دوره‌های بازگشت توأم اولیه در دو مورد تعریف شده‌اند (ناز و همکاران، ۲۰۱۹؛ ناز و همکاران، ۲۰۲۰): مورد اول، دوره بازگشت توأمی است که در آن مقدار مشاهده‌شده از  $X$  یا از  $Y$  یا از  $Z$  تجاوز کرده باشد (یعنی،  $Z > X$  یا  $Z > Y$  یا  $X > Y$  OR  $Y > X$  OR  $Z > X$ ) که با  $T_{XYZ}^{OR}$  نشان داده می‌شود. مورد دوم، دوره بازگشت توأمی است که در آن مقدار مشاهده‌شده، هم از  $X$  و هم از  $Y$  و هم از  $Z$  تجاوز کرده باشد (یعنی،  $Z > X, Y > X, X > X$ ) که با  $T_{XYZ}^{AND}$  نشان داده می‌شود. در دوره بازگشت ثانویه، میانگین فاصله زمانی بین دو رخداد فوق‌بحرانی مدنظر است؛ در صورتی که در دوره بازگشت توأم اولیه، یک رخداد بحرانی در یک بازه زمانی مشخص پیش‌بینی می‌شود. دوره بازگشت ثانویه، دوره بازگشت کنдал نیز نامیده می‌شود (سالوادری و همکاران، ۲۰۱۱؛ فن، ۲۰۱۵). گاهی لازم است احتمال وقوع یک مشخصه سیل را تحت یک شرایط خاص -

6- Asymmetric copula  
7- Meta-Elliptical copulas  
8- Gaussian copula  
9- t-student copula  
10- Meta-elliptical

1- Archimedean copulas  
2- Gumbel  
3- Frank  
4- Joe  
5- Clayton

مسیر سرخون-گوزلک- لندی امکان‌پذیر است. شکل ۱ موقعیت حوضه آبخیز مورد مطالعه و محل ایستگاه‌های نامبرده را نشان می‌دهد.



شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های هیدرومتری مرغک و لندی

به‌عنوان مثال، احتمال وقوع حجم سیل به شرط وقوع یک دبی اوج معین- بدانید؛ به‌همین‌منظور دوره بازگشت شرطی معرفی شده‌است (ردی و گانگولی، ۲۰۱۲؛ لطیف و مصطفی، ۲۰۲۰). کلاهو و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از مفصل‌های ارشمیدسی به تحلیل فراوانی دو و سه‌متغیره سیل در ایستگاه دز رودخانه کارون پرداختند. آن‌ها مفصل کلایتون و فرانک را برای مفصل کردن دو متغیر و مفصل خانواده کلایتون را برای مفصل کردن سه متغیر سیل مناسب دانستند. حوضه آبخیز بازفت، حوضه کشیده‌ای است که در منطقه کوهستانی و با بارندگی نسبتاً خوبی واقع شده‌است. تکرار رخداد سیل در این حوضه به‌خصوص سیل‌های با شاخه‌های صعودی پرشیب و دبی‌های اوج زیاد ضرورت مطالعه سیل این منطقه را توجیه می‌کند. از طرفی، به‌دلیل وجود داده‌های مناسب سیل، حوضه مناسبی برای مدل‌سازی چندمتغیره این پدیده نیز هست. در مطالعه حاضر، با توجه به اهمیت بررسی ریسک ناشی از وقوع سیل در حوضه آبخیز بازفت، تحلیل فراوانی دو و سه‌متغیره مشخصه‌های سیل با کمک توابع مفصل تودرتو انجام گرفت. سپس دوره بازگشت توأم و شرطی محاسبه شد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، حوضه آبخیز بازفت در استان چهارمحال و بختیاری است. این حوضه به مساحت حدود ۲۱۶۱ کیلومتر مربع، تقریباً ۱۵ درصد حوضه آبخیز کارون شمالی یا حوضه آبخیز سد کارون ۴ را شامل می‌شود. ارتفاع بلندترین نقطه این حوضه، ۴۱۷۴ متر از سطح دریا و ارتفاع خروجی آن ۱۰۵۶ متر از سطح دریا است. متوسط بارش سالانه این حوضه حدود ۷۶۶ میلی‌متر و دبی متوسط سالانه آن حدود ۷۵ مترمکعب در ثانیه است. ایستگاه هیدرومتری این حوضه در ابتدا دقیقاً در خروجی حوضه به اسم مرغک قرار داشت. آمار هیدرومتری در این ایستگاه از ۱۳۵۷ تا ۱۳۸۸ ثبت شده‌است و پس از ساخت و آگیری مخزن سد کارون ۴ و زیر آب رفتن ایستگاه مرغک، داده‌های هیدرومتری در نقطه جدیدی به اسم ایستگاه لندی در موقعیت ۵۰ درجه و ۱۸ دقیقه طول شرقی و ۳۱ درجه و ۴۹ دقیقه عرض شمالی برداشت می‌شود. دسترسی این ایستگاه از طریق

## روش کار

داده‌های هیدرومتری حوضه بازفت از شرکت آب منطقه‌ای استان چهارمحال و بختیاری اخذ شد. هیدروگراف ۲۲۵ رویداد سیل رسم شد و رخدادهای دارای تنها یک قله مشخص، که زمان شروع و پایان مشخص داشته و طبق آمار هواشناسی فقط از بارش باران تولید شده باشند، به‌عنوان رخداد مناسب در نظر گرفته شد. در مجموع ۹۸ هیدروگراف سیل انتخاب شد. آب پایه با امتداد شیب منحنی قبل از آغاز سیل تا رسیدن به شاخه نزولی هیدروگراف جدا شد. سپس مقدار متغیرهای دبی اوج سیل (P)، زمان تداوم سیل (D)، و حجم سیلاب (V)، برای هر هیدروگراف محاسبه شد (شکل ۲).

همبستگی میان مشخصه‌های استخراج‌شده از هیدروگراف با روش‌های ضریب پیرسون (کلف و همکاران، ۲۰۱۳)، تاو کندال (کلف و همکاران، ۲۰۱۳) و راو اسپیرمن (شوبر و شوارت، ۲۰۱۸) آزمون شد. هر کدام از مشخصه‌های سیل با ۶۰ توزیع احتمالاتی برازش داده شده و بهترین برازش، براساس آزمون کولموگروف- اسمیرنوف (یویجوش،

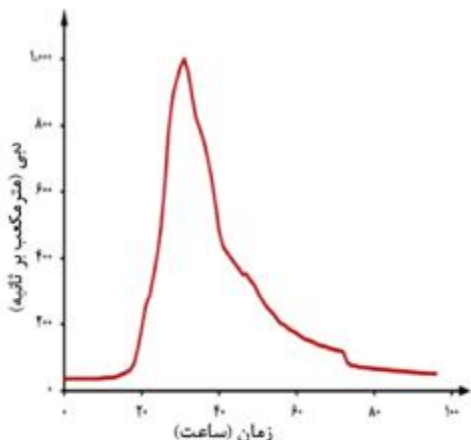
$$C_1(F_X(x_3), C_2(F_X(x_1), F_X(x_2))) = \varphi_1(F_X(x_3)) + \varphi_2(F_X(x_1), F_X(x_2)) \quad (2)$$

سپس نتایج به دست آمده با مقادیر مفصل تجربی متناظر همان ترکیب مقایسه شد (نلسن، ۲۰۰۶) تا جفت ترکیبی که دارای بهترین تطابق هستند، از طریق مقایسه آماره نش- ساتکلیف انتخاب شود. برای آزمون مناسب بودن مفصل انتخابی، می توان با استفاده از داده های مشاهداتی مفصل تجربی ایجاد کرد و آن را برای انجام آزمون نیکوئی برازش به کار برد. با انتخاب بهترین ترکیب دومتغیره، از هر شش مفصل یاد شده برای تشکیل ترکیب سه تایی با متغیر سوم استفاده شده و پارامتر وابستگی آن ها محاسبه می شود و برای انتخاب بهترین مفصل نتایج با مفصل تجربی متناظر آن مورد مقایسه قرار می گیرد.

به منظور تحلیل احتمال وقوع چندمتغیره سیل، نیاز به محاسبه دوره بازگشت های توأم اولیه و ثانویه است. دوره بازگشت های توأم اولیه و ثانویه در دو حالت AND و OR محاسبه شد و نتایج با دوره بازگشت یکمتغیره متناظر آن مورد مقایسه قرار گرفت (ناز و همکاران، ۲۰۱۹؛ سالوادوری و همکاران، ۲۰۱۱؛ سالوادوری و دی میشل، ۲۰۰۴). معادلات مورد نیاز برای محاسبه دوره بازگشت توأم AND و OR در ادامه نشان داده شده است.

$$T_{XYZ}^{OR}(x, y, z) = \frac{1}{P(X \geq x, Y \geq y, Z \geq z)} \quad (3)$$

$$T_{XYZ}^{AND}(x, y, z) = \frac{1}{1 - F_X(x) - F_Y(y) - F_Z(z) + F_{XY}(x, y) + F_{YZ}(y, z) + F_{XZ}(x, z) - F_{XYZ}(x, y, z)} \quad (4)$$



شکل ۲- هیدروگراف سیل ۱۳۸۶/۹/۱۶ حوضه بازفت

۱۹۷۰؛ کانور ۱۹۹۹)، به عنوان توزیع حاشیه ای منتخب در نظر گرفته شد. سپس، فرایند مفصل کردن متغیرهای سیل با انتخاب دو خانواده مفصل ارشمیدسی (گامبل، فرانک، جویی و کلایتون) و بیضوی (گوسی و تی استیوندن) به دلیل کاربرد زیاد در هیدرولوژی انجام شد (گانگولی و ردی، ۲۰۱۳؛ بزک و همکاران، ۲۰۱۴). مفصل های خانواده ارشمیدسی و متالپتیکال عموماً سازگاری بهتری با داده های هیدرولوژی دارند. برای محاسبه پارامتر مفصل تودرتو، ابتدا لازم است ترکیب های دوتایی بررسی و توزیع های دومتغیره ایجاد شوند. مقادیر پارامتر وابستگی مفصل ها  $(\theta)$ ، برای ترکیب های دوتایی با استفاده از روش برآورد حداکثر درست نمایی (MLE) برای هر شش تابع مفصل محاسبه شد. معادله (۱) توزیع تودرتو را نشان می دهد (سعد و همکاران، ۲۰۱۵).

$$C(F_X(x_1), F_X(x_2), F_X(x_3)) = \varphi_2^{-1}[\varphi_2(\varphi_1^{-1}[\varphi_1(F_X(x_1)) + \varphi_1(F_X(x_2))]) + \varphi_2(F_X(x_3))] \quad (1)$$

که در آن،  $F_X(x_i)$  تابع توزیع حاشیه ای مربوط به متغیر نام است. در حالت سه متغیره، توابع توزیع تراکمی حاشیه ای به ترتیب با  $F_X(x_1)$ ،  $F_X(x_2)$  و  $F_X(x_3)$  نشان داده می شوند. ابتدا  $F_X(x_1)$  و  $F_X(x_2)$  با مفصل  $C_2$  به هم پیوند می شوند، سپس متغیر به دست آمده توسط مفصل  $C_2$  با  $F_X(x_3)$  پیوند می یابد. دو تابع مولد  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  به ترتیب با پارامتر وابستگی  $\theta_1$  و  $\theta_2$  (متناظر با  $C_1$  و  $C_2$ ) استفاده شده اند.

برای محاسبه احتمال وقوع شرطی از دو شکل تابع توزیع شرطی استفاده شده است. نوع اول تابع توزیع شرطی با استفاده از  $x_1$  و  $x_2$  به شرط اینکه  $x_3 \leq X_3$  باشد به شرح زیر است (ردی و گانگولی، ۲۰۱۲).

$$F_{X_1 X_2 X_3}(x_1, x_2 | X_3 \leq x_3) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2 | X_3 \leq x_3] = \frac{F_{X_1 X_2 X_3}(x_1, x_2, x_3)}{F_{X_3}(x_3)} \quad (5)$$

نوع دوم تابع توزیع شرطی با استفاده از  $x_1$  به شرط اینکه  $X_2 \leq x_2$  و  $X_3 \leq x_3$  است (لطیف و مصطفی، ۲۰۲۰).

$$F_{X_1 X_2 X_3}(x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3) = P[X_1 \leq x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3] = \frac{F_{X_1 X_2 X_3}(x_1, x_2, x_3)}{F_{X_2 X_3}(x_2, x_3)} \quad (6)$$

## نتایج و بحث

در این مطالعه، به منظور تحلیل چندمتغیره سیل در حوضه بازفت از ۹۸ هیدروگراف استفاده شد. حداکثر دبی اوج به دست آمده، ۲۱۲۹ مترمکعب بر ثانیه و حداقل آن ۱۲۶ مترمکعب بر ثانیه بوده است. حداکثر و حداقل حجم سیل هیدروگراف‌های منتخب نیز به ترتیب ۲۰۴ و ۱/۱۲ میلیون مترمکعب محاسبه شده است. طول زمان رخدادهای ثبت شده از ۱۷ ساعت تا ۱۶۷ ساعت متغیر بوده است و به طور متوسط ۲۳ ساعت طول می‌کشد تا سیل در ایستگاه لندی به مقدار اوج خود برسد. پراکندگی سه‌بعدی داده‌های سیل مربوط به حوضه بازفت در شکل ۳ نمایش داده شده است.

براساس نتایج حاصل از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، بهترین توزیع حاشیه‌ای برای متغیر مدت سیل، توزیع لوگ نرمال، برای متغیر دبی اوج سیل، توزیع ویبول و برای متغیر حجم سیل، توزیع لوگ گاما انتخاب شد (جدول ۱). در شکل ۴ نمایش گرافیکی تابع توزیع تجمعی منتخب همراه با نمودار P-P هریک از متغیرها نشان داده شده است. نتایج این تحقیق در مورد مدت سیل با تحقیق دانشخواه و همکاران (۲۰۱۶)، درباره حجم سیل با تحقیق بوکوا میتکوا و هالموا (۲۰۱۴) مشابه است. توزیع منتخب برای متغیر دبی اوج سیل با تحقیقات دیگران متفاوت است.

با توجه به شکل ۴ می‌توان دریافت که در حوضه بازفت، داده‌های زمان تداوم سیل نسبت به دو متغیر دیگر انطباق کمتری با توزیع برازش یافته دارند، درحالی‌که داده‌های دبی اوج و حجم سیل تطابق بهتری با توزیع برازش یافته دارند.

## انتخاب مفصل مناسب

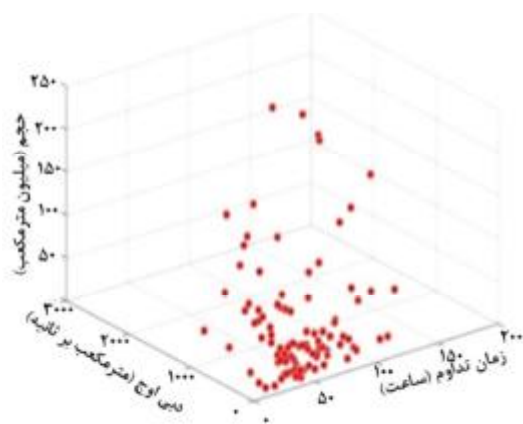
برآورد پارامترهای مفصل دومتغیره در مرحله اول، انجام شد و مقادیر به دست آمده با مفصل تجربی دومتغیره متناظر مقایسه شد. با توجه به نتایجی که در جدول ۲ ارائه شده است، بهترین مفصل دومتغیره در حوضه بازفت براساس آماره نش-ساتکلیف، مفصل فرانک شناخته شد. در بین سه ترکیب موجود، مفصل PV با داشتن بیشترین مقدار ضریب نش-ساتکلیف ( $NSE=0/996$ ) به عنوان بهترین ترکیب دوتایی انتخاب شد. اگرچه مقادیر ضریب نش-ساتکلیف در هر سه ترکیب و هر شش مفصل آزمون شده خیلی نزدیک به هم و نزدیک به یک است، با

این حال تنها یک ترکیب برای ترکیب با متغیر سوم انتخاب می‌شود.

در مرحله بعد، ترکیب دوتایی PV با متغیر سوم (D) مفصل شد و پارامترهای آن‌ها با مقادیر مفصل تجربی متناظر مقایسه شد. مقادیر نش-ساتکلیف (جدول ۳) حاکی از آن است که مفصل گامبل در ترکیب سه‌تایی PVD، بیشترین تطابق را با مفصل تجربی متناظر دارد و مفصل کلاتون کمترین تطابق را با مفصل تجربی در ترکیب DVP داراست. در مطالعه مشابهی لطیف و مصطفی (۲۰۲۰) مفصل گوسی، و گانگولی و ردی (۲۰۱۳)، مفصل تی استیودنت را برای ترکیب سه‌متغیره دبی اوج، حجم و زمان تداوم سیل به عنوان مفصل مناسب گزارش کردند.

اگرچه مفصل دوتایی منتخب در مرحله قبل، PV بوده است و در این مرحله فقط مفصل‌های مختلف در ترکیب سه‌تایی PVD مقایسه شده‌اند؛ اما مقادیر به دست آمده آماره نش-ساتکلیف در هر سه مورد خیلی نزدیک هستند و همگی مقادیر بالایی دارند. می‌توان گفت هر شش مفصل مورد آزمون برای ترکیب سه‌متغیره سیل در حوضه بازفت عملکرد مناسبی دارند.

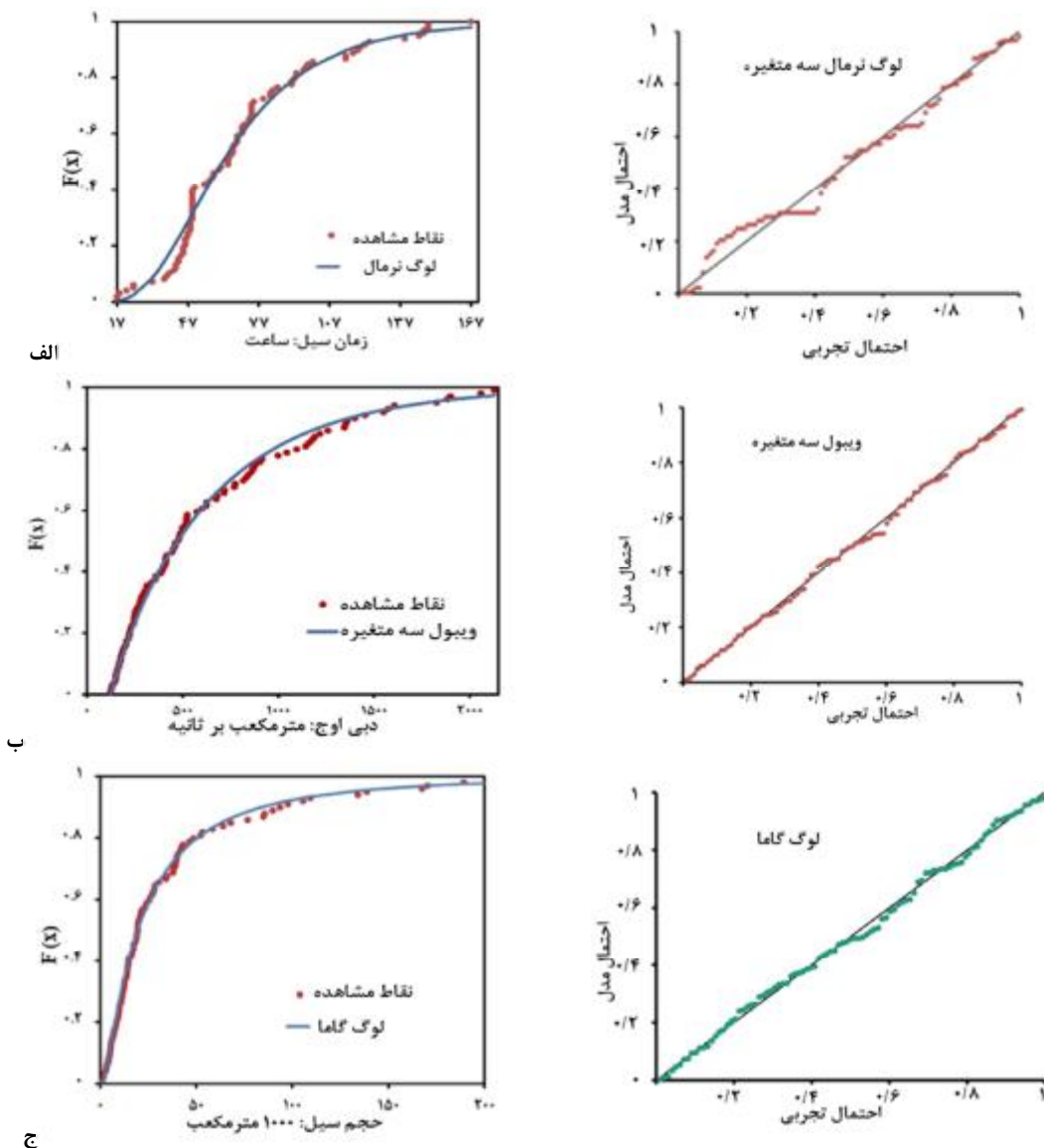
اگرچه مفصل دوتایی منتخب در مرحله قبل، PV بوده است و در این مرحله فقط مفصل‌های مختلف در ترکیب سه‌تایی PVD مقایسه شده‌اند؛ اما مقادیر به دست آمده آماره نش-ساتکلیف در هر سه مورد خیلی نزدیک هستند و همگی مقادیر بالایی دارند. می‌توان گفت هر شش مفصل مورد آزمون برای ترکیب سه‌متغیره سیل در حوضه بازفت عملکرد مناسبی دارند.



شکل ۳- پراکندگی سه‌بعدی مشخصه‌های رویدادهای سیل حوضه بازفت

جدول ۱- توزیع‌های احتمالاتی منتخب و پارامترهای آن‌ها در حوضه بازفت

متغیر سیل	توزیع منتخب	پارامترهای برآورده شده	آماره کلموگروف-اسمیرنوف	p-value
مدت سیل	لوگ نرمال سه پارامتری	$\sigma=0/47654, \mu=4/1323, \gamma=1/0793$	0/9157	0/1
دبی اوج سیل	ویبول (سه پارامتری)	$\gamma=0/93831, \delta=511/72, \lambda=126$	0/4557	0/22
حجم سیل	لوگ گاما	$\alpha=240/96, \beta=0/06987$	0/14473	0/4



شکل ۴- نمودارهای P-P مدل و CDF منتخب مشخصه‌های سیل در حوضه بازفت: الف) مدت، ب) دبی اوج، ج) حجم

جدول ۲- برآورد پارامترهای مفصل‌های دومتغیره و مقایسه آن‌ها با مفصل تجربی متناظر در حوضه بازفت

مفصل	DV	NSE	DP	NSE	PV	NSE
گوسی	0/64	0/989	0/32	0/985	0/83	0/991
تی استیودنت	0/64-9/1	0/989	0/35-29/45	0/985	0/91-5/31	0/996
کلاتون	0/17	0/980	0/08	0/965	1/19	0/947
گامبل	1/75	0/989	1/36	0/987	3/77	0/995
فرانک	4/66	0/988	2/53	0/986	14/34	0/996
جویی	1/99	0/973	1/58	0/987	5/39	0/994

جدول ۳- مقادیر پارامترهای مفصل‌های سه‌متغیره (تودرتو) و مقایسه آن‌ها با مفصل تجربی در حوضه بازفت

مفصل	PVD	NSE	DPV	NSE	DVP	NSE
گوسی	۰/۴	۰/۹۸۴	۰/۶۴	۰/۹۸۷	۰/۵۶	۰/۹۸۷
تی استیودنت	۰/۴۷-۱۵/۹	۰/۹۸۶	۰/۶۵-۳۰	۰/۹۸۷	۰/۵۸-۱۹/۴۹	۰/۹۷۲
کلايتون	۰/۲۱	۰/۹۵۹	۰/۵۶	۰/۹۷۶	۰/۳۴	۰/۹۱۸
گامبل	۱/۵۲	۰/۹۸۸	۱/۹۴	۰/۹۸۶	۱/۸۲	۰/۹۷۸
فرانک	۳/۳۸	۰/۹۸۷	۵/۵۱	۰/۹۸۲	۵/۰۱	۰/۹۸۰
جویی	۱/۸	۰/۹۸۶	۲/۳۵	۰/۹۹۸	۲/۲۴	۰/۹۶۹

## دوره بازگشت یک، دو و سه‌متغیره

همه متغیرهای مورد بررسی با توزیع منتخب برازش یافته و مقادیر چندک آن‌ها برای دوره بازگشت‌های ۵، ۱۰، ۲۰، ۲۵، ۵۰، ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ سال استخراج شده‌است. جدول ۴ مقادیر این متغیرها در دوره بازگشت‌های مختلف را نشان می‌دهد. همچنین دوره بازگشت دومتغیره متناظر

دوره بازگشت‌های اولیه، برای سه ترکیب DP، DV و PV و هر کدام در دو حالت AND و OR برآورد و در این جدول ارائه شده‌است. تنها یک ترکیب سه‌متغیره PVD برای تعیین دوره بازگشت سه‌متغیره وجود دارد که دوره بازگشت متناظر آن با دوره بازگشت‌های اولیه در دو حالت AND و OR نیز محاسبه و در جدول ۴ آمده‌است.

جدول ۴- مقادیر چندک متغیرهای سیل برای دوره‌های مختلف بازگشت تک‌متغیره، دومتغیره و سه‌متغیره متناظر در حالت‌های AND و OR در حوضه بازفت

دوره بازگشت (سال)									V (میلیون مترمکعب)	P (مترمکعب بر ثانیه)	D (ساعت)	دوره بازگشت (سال)
T <sub>PVD</sub> <sup>*</sup>	T <sub>PVD</sub> <sup>OR</sup>	T <sub>PVD</sub> <sup>AND</sup>	T <sub>PV</sub> <sup>OR</sup>	T <sub>PV</sub> <sup>AND</sup>	T <sub>DV</sub> <sup>OR</sup>	T <sub>DV</sub> <sup>AND</sup>	T <sub>DP</sub> <sup>OR</sup>	T <sub>DP</sub> <sup>AND</sup>				
۱۱/۸	۳	۱۲/۵۷	۴/۰۶	۶/۵	۳/۴۰	۹/۵	۲/۲	۱۱	۵۰/۴	۱۰۳۹	۹۲/۸	۵
۲۵/۷	۵/۴	۳۶/۱۱	۷/۱۷	۱۶/۵	۶/۴۰	۲۲/۸	۶/۲	۲۵/۳	۸۳/۸	۱۴۲۵	۱۱۴/۷	۱۰
۵۳/۹	۹/۹	۱۰۵/۹	۱۲/۷	۴۷/۲	۱۲/۳	۵۳/۳	۱۲/۳	۵۴/۳	۱۲۹	۱۷۲۵	۱۳۷	۲۰
۶۷/۹	۱۲	۱۵۰/۶	۱۵/۳	۶۷/۸	۱۵/۲	۶۹/۶	۱۵/۳	۶۸/۹	۱۴۶	۱۸۰۰	۱۴۴	۲۵
۱۳۸/۴	۲۲/۵	۴۵۹/۲	۲۸/۱	۲۲۳/۴	۲۹/۷	۱۵۷/۹	۳۰/۳	۱۴۲/۲	۲۱۰	۱۹۸۰	۱۶۷	۵۰
۲۷۹/۳	۴۳/۲	۱۴۷۱	۵۳/۳	۷۹۶/۵	۵۸/۲	۳۵۱/۲	۶۰/۵	۲۸۹	۳۰۰	۲۲۰۰	۱۸۹	۱۰۰
۱۴۰۵/۲	۲۰۷/۸	۴۹۱۵۲/۸	۲۵۳/۵	۱۷۹۳۶/۶	۲۸۳/۳	۲۱۲۷/۸	۳۰۱/۵	۱۴۶۳/۶	۶۰۰	۲۲۵۰	۲۴۵	۵۰۰
۲۸۰۷/۶	۴۱۲/۲	۶۱۱۶۴۰/۴	۵۰۳/۵	۷۰۷۴۹/۸	۵۶۱/۹	۴۵۳۶/۸	۶۰۲/۸	۲۹۳۱/۸	۷۰۰	۲۳۰۰	۲۸۰	۱۰۰۰

\*T دوره بازگشت ثانویه

است که دارای حالات  $T_{P|V,D}(V \leq v, D \leq d)$  و  $T_{D|V,P}(P \leq p, V \leq v)$  است. جدول ۵ دوره‌های بازگشت توأم شرطی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، دوره‌های بازگشت شرطی نوع دوم (یعنی دوره بازگشت وقوع یک متغیر سیل به شرط وقوع دو متغیر دیگر سیل) از مقادیر مربوط به نوع اول، (یعنی دوره بازگشت وقوع دو متغیر داده شده به شرط وقوع متغیر سوم) بیشتر است. دلیل آن این است که در حالت دوم دوره‌های بازگشت مشروط، به دو متغیر شرطی شده‌اند و منجر به افزایش دوره بازگشت در نتایج شده‌است.

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۴، می‌توان دریافت که مقدار دوره بازگشت ثانویه (برای چندک متناظر هر دوره بازگشت تک‌متغیره) از حالت AND متناظر آن دوره کوچک‌تر و از حالت OR متناظر آن بزرگ‌تر است که این مورد با نتایج گنگولی و ردی (۲۰۱۳)، سراج و همکاران (۲۰۱۵) و لطیف و مصطفی (۲۰۲۰) مطابقت دارد. در این قسمت از مطالعه، دو نوع دوره بازگشت شرطی محاسبه شد. نوع اول دوره بازگشت شرطی دومتغیره به شرط متغیر سوم است که دارای سه حالت  $T_{P,V|D}(D \leq d)$  و  $T_{D,P|V}(V \leq v)$  است. نوع دوم، دوره بازگشت وقوع یک متغیر، به شرط وقوع دو متغیر دیگر

در ایستگاه لندی حوضه بازفت، بیشترین دبی اوج مشاهده شده ۲۱۲۹ مترمکعب در ثانیه است؛ مدت زمان و حجم آن سیل به ترتیب ۱۲۴ ساعت و ۲۰۴ میلیون مترمکعب است. دوره بازگشت شرطی نوع اول برای حالت  $T_{P,V|D} (D \leq 124)$  برابر با ۵۲/۴۳ سال، برای حالت  $T_{D,V|P} (P \leq 2129)$  برابر با ۱۳/۸۶ سال و برای حالت  $T_{D,P|V} (V \leq 204)$  برابر با ۱۴/۳۷ سال خواهد بود. دوره بازگشت شرطی نوع دوم، برای حالت  $T_{P|V,D} (V \leq 204, D \leq 124)$  برابر با ۱۵۹/۸۵ سال، برای شرط  $T_{V|D,P} (D \leq 124, P \leq 2129)$  برابر با ۱۵۳/۸۴ سال و برای شرط  $T_{D|P,V} (P \leq 2129, V \leq 204)$  برابر با ۱۷/۱۴ سال به دست آمد.

در ایستگاه لندی حوضه بازفت، بیشترین دبی اوج مشاهده شده ۲۱۲۹ مترمکعب در ثانیه است؛ مدت زمان و حجم آن سیل به ترتیب ۱۲۴ ساعت و ۲۰۴ میلیون مترمکعب است. دوره بازگشت شرطی نوع اول برای حالت  $T_{P,V|D} (D \leq 124)$  برابر با ۵۲/۴۳ سال، برای حالت  $T_{D,V|P} (P \leq 2129)$  برابر با ۱۳/۸۶ سال و برای حالت  $T_{D,P|V} (V \leq 204)$  برابر با ۱۴/۳۷ سال خواهد بود. دوره بازگشت شرطی نوع دوم، برای حالت  $T_{P|V,D} (V \leq 204, D \leq 124)$  برابر با ۱۵۹/۸۵ سال، برای شرط  $T_{V|D,P} (D \leq 124, P \leq 2129)$  برابر با ۱۵۳/۸۴ سال و برای شرط  $T_{D|P,V} (P \leq 2129, V \leq 204)$  برابر با ۱۷/۱۴ سال به دست آمد.

جدول ۵- دوره‌های بازگشت شرطی توأم در دو فرم شرطی برای حوضه بازفت

دوره بازگشت (سال)						V (میلیون مترمکعب)	P (مترمکعب بر ثانیه)	D (ساعت)	دوره بازگشت (سال)
T(d P≤p, V≤v)	T(d V≤v, P≤p)	T(p V≤v, D≤d)	T(d,p V≤v)	T(d,v P≤p)	T(p,v D≤d)				
۶/۲	۳/۶	۵/۳	۱۹/۹	۶/۲	۱۲/۵	۵۲	۱۰۰۰	۹۲/۸	۵
۱۰/۷	۶/۶	۱۱/۱	۳۰/۶	۱۱/۱	۳۳/۷	۸۷	۱۴۰۰	۱۱۴/۷	۱۰
۱۸/۶	۱۲/۵	۲۲/۷	۴۶/۳	۲۰/۸	۸۶/۱	۱۲۸	۱۷۸۰	۱۳۷	۲۰
۲۲/۳	۱۵/۵	۲۸/۵	۵۳/۷	۲۵/۶	۱۱۵/۶	۱۴۵	۱۹۱۰	۱۴۴	۲۵
۴۰/۳	۳۰	۵۷/۴	۹۰/۵	۴۹	۲۸۴/۸	۲۰۰	۲۳۳۰	۱۶۷	۵۰
۷۵/۵	۵۸/۶	۱۱۵/۴	۱۶۴/۸	۹۵	۶۸۹/۹	۲۹۰	۲۷۵۰	۱۸۹	۱۰۰
۳۵۵	۲۸۴	۵۷۹/۲	۷۷۷/۷	۴۵۳/۵	۵۱۶/۱	۵۵۵	۳۷۲۰	۲۴۵	۵۰۰
۷۰۰/۶	۵۶۳/۱	۱۱۵۸/۹	۱۵۴۴/۲	۸۹۵/۲	۱۳۱۱/۷	۷۲۰	۴۱۵۰	۲۸۰	۱۰۰۰

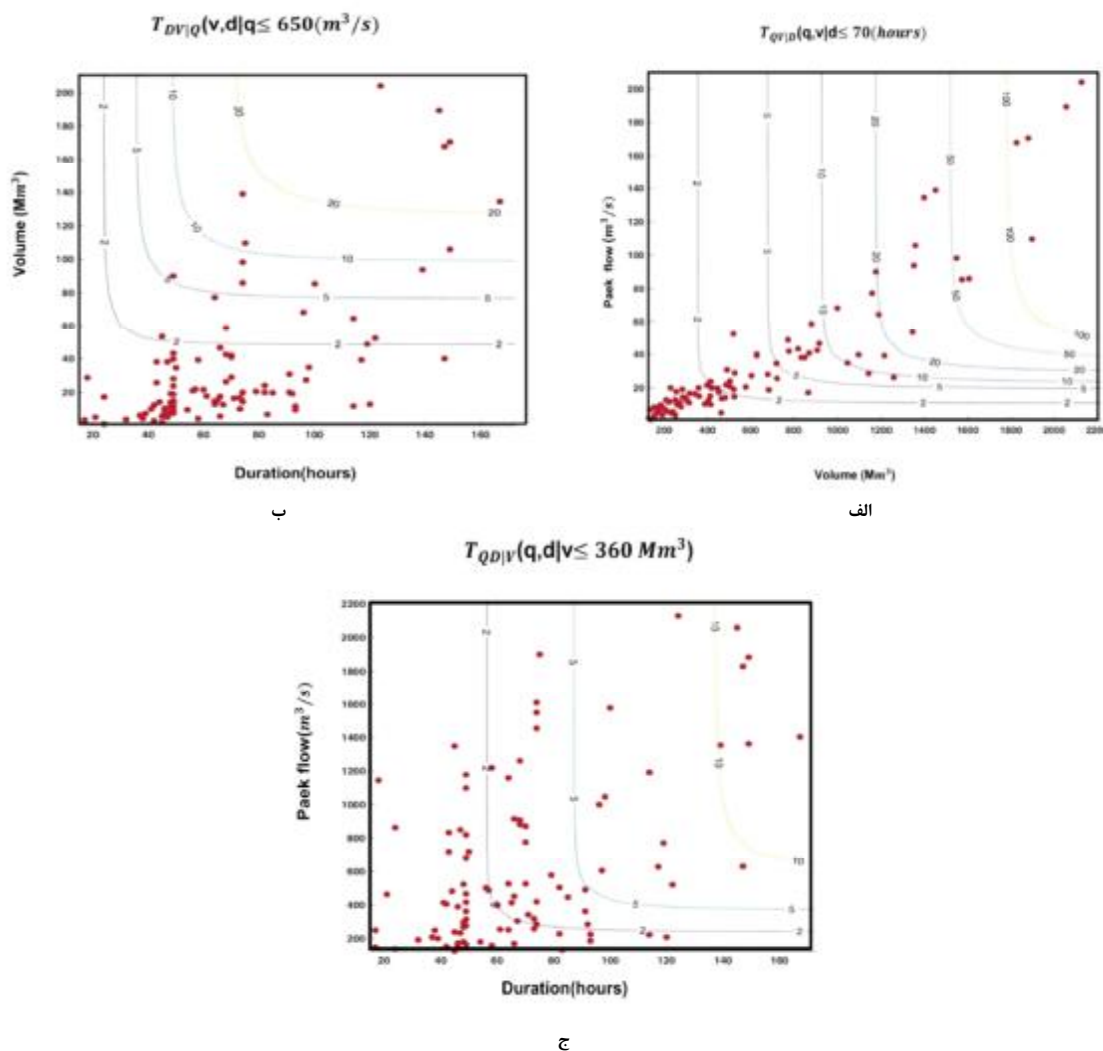
ضرایب کارایی خیلی نزدیک و نسبتاً بالا، ترکیب دومتغیره PV از بین ترکیب‌های دومتغیره موجود انتخاب شد. از بین مفصل‌های مورد آزمون، مفصل فرانک برای ایجاد توزیع دومتغیره PV مناسب‌تر شناخته شد. برای ایجاد توزیع سهم‌تغیره در ساختار تودرتو، ترکیب PV با متغیر سوم که زمان تداوم سیل (D) بود ترکیب شد. مقایسه با مفصل تجربی متناظر نشان داد مفصل گامبل بهترین برازش را بر داده‌های مشاهداتی دارد. پس از ایجاد توزیع‌های دومتغیره و سهم‌تغیره، دوره‌های بازگشت توأم دو و سهم‌تغیره در دو حالت AND و OR محاسبه شد. مطابق با نتایج دوره بازگشت توأم در حالت AND، از دوره بازگشت تک‌متغیره و دوره بازگشت تک‌متغیره از دوره بازگشت توأم در حالت OR بیشتر است. در ادامه دوره بازگشت‌های شرطی و ثانویه محاسبه شد. دوره‌های بازگشت شرطی سیل، زمانی که یک متغیر به دو متغیر دیگر شرطی می‌شود از حالتی که در آن دو متغیر به متغیر سوم شرطی می‌شوند بیشتر است. نتایج به صورت نمودار و جدول ارائه شد که می‌تواند در جهت طراحی سازه‌های هیدرولیکی و تعیین حریم بستر در حوضه آبخیز بازفت مورد استفاده قرار گیرد.

در شکل ۵ دوره بازگشت شرطی برای یک رویداد سیل فرضی، به صورت منحنی‌های تراز (کنتور) نشان داده شده است. در قسمت الف، زمان تداوم سیل ۷۰ ساعت و در قسمت ب، دبی اوج سیل، ۶۵۰ مترمکعب بر ثانیه و در قسمت ج، حجم سیل، ۳۶۰ میلیون مترمکعب فرض شده است. نقاط مشاهداتی در هر سه حالت فرض شده، پراکندگی بیشتری در دوره بازگشت‌های ۲ تا ۱۰۰ ساله دارند، اما بیشتر در محدوده زیر ۵ سال پراکنده هستند.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه، به منظور تحلیل چندمتغیره مشخصه‌های سیلاب در حوضه آبخیز بازفت، از توابع مفصل تودرتو استفاده شد. بدین منظور ابتدا توابع توزیع حاشیه‌ای متغیرهای دبی اوج، حجم و زمان تداوم سیل انتخاب شد. نتایج نشان داد برای متغیر مدت سیل، توزیع لوگ نرمال، برای متغیر دبی اوج سیل، توزیع ویبول و برای متغیر حجم سیل، توزیع لوگ گاما بهترین برازش را بر داده‌های مشاهداتی داشتند. پس از آن برازش شش تابع مفصل مختلف برای ایجاد توزیع دومتغیره و سهم‌تغیره از مشخصه‌های سیلاب مورد بررسی قرار گرفت. با وجود





شکل ۵- منحنی تراز دوره بازگشت شرطی حوضه بازفت برای مشخصه‌های سیل با شروط: (مترمکعب بر ثانیه  $650 \text{ m}^3/\text{s}$ ،  $T_{D|V|Q}$ ، الف) (ساعت  $70$ ،  $T_{Q|D}(q,v|d \le 70)$ ، ب) و (میلیون مترمکعب  $360 \text{ Mm}^3$ ،  $T_{QD|V}(q,d|v \le 360)$ ، ج)

## منابع

1. زرعتی س. و ذونعت کرمانی م. ۱۳۹۶. عملکرد توابع مفصل ارشمیدسی در تخمین سیل سالانه (مطالعه موردی: حوضه آبخیز قره‌سو). مجله مخاطرات طبیعی، ۱۴(۶): ۸۷-۱۰۲.
2. محمدپور ع. حسن‌زاده ی. خدادادی ا. و ثقفایان ب. ۱۳۹۵. تحلیل ریسک احتمالاتی حوادث سیل با استفاده از تابع مفصل سه‌متغیره. نشریه مهندسی عمران و محیط‌زیست. ۴۶: ۶۳-۷۵.
3. Bačová Mitková V. and Halmová D. 2014. Joint modeling of flood peak discharges, volume and duration: A case study of the Danube River in Bratislava. Journal of Hydrology and Hydromechanics. 62(3): 186-196.
4. Bezak N. Mikoš M. and Šraj M. 2014. Trivariate frequency analyses of peak discharge, hydrograph volume and suspended sediment concentration data using copulas. Water Resources Management. 28(8): 2195-2212.
5. Clef T. 2013. Exploratory Data Analysis in Business and Economics: An Introduction Using SPSS, Stata and Excel, Springer Science and Business Media. 234 p.
6. Conover W. J. 1999. Practical nonparametric statistics. Third Edition, John Wiley & Sons. Inc. New York. 584 p.
7. Daneshkhah A. Remesan R. Chatrabgoun O. and Holman I. P. 2016. Probabilistic modeling of flood characterizations with parametric and minimum information pair-copula model. Journal of Hydrology. 540: 469-487.
8. Durante F. and Sempi C. 2016. Principles of

- Water Resour Manage. 26: 3995-4018.
22. Saad C. El Adlouni S. St-Hilaire A. and Gachon P. 2015. A nested multivariate copula approach to hydrometeorological simulations of spring floods: the case of the Richelieu River (Québec, Canada) record flood. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 29(1): 275-294.
  23. Salvadori G. and De Michele C. 2004. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research*. 40(12): 1-17.
  24. Salvadori G. De Michele C. and Durante F. 2011. On the return period and design in a multivariate framework. *Hydrology and Earth System Sciences*. 15(11): 3293-3305.
  25. Sandoval C. E. and Raynal-Villaseñor J. 2008. Trivariate generalized extreme value distribution in flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*. 53(3): 550-567.
  26. Schober P. and Schwarte L. A. 2018. Correlation coefficients: Appropriate use and interpretation. *Anesthesia and Analgesia*. 126(5): 1763-1768.
  27. Shafaei M. Fakheri-Fard A. Dinpashoh Y. Mirabbasi R. and De Michele C. 2017. Modeling flood event characteristics using D-vine structures. *Theoretical and Applied Climatology*. 130(3-4): 713-724.
  28. Song S. and Singh V. P. 2010. Meta-elliptical copulas for drought frequency analysis of periodic hydrologic data. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 24(3): 425-44.
  29. Sraj M. Bezak N. and Brilly M. 2015. Bivariate flood frequency analysis using the copula function: A case study of the Litija station on the Sava River. *Hydrological Processes*. 29(2): 225-238.
  30. Xu Y. Huang G. and Fan Y. 2017. Multivariate flood risk analysis for Wei River. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 31(1): 225-242.
  31. Yevjevich V. M. 1970. *Probability and statistics in hydrology*. Water-Resources Publications. 302 p.
  32. Yue S. and Rasmussen P. 2002. Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological applications. *Hydrol Processes*. 16: 2881-2898.
  33. Zhang L. Singh V. P. and Asce F. 2007. Trivariate Flood Frequency Analysis Using the Gumbel-Hougaard. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12(4): 431-439.
  - copula theory (Vol. 474). Boca Raton, FL: CRC press.
  9. Fan Y. 2015. University quantification of hydrologic predictions and risk analysis. Ph.D thesis in Environmental Systems Engineering, University of Reigana, Canada.
  10. Favre A.C. Adlouni S. El Perreault L. Thiémond N. and Bobée B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, 40(1): 1-12. <https://doi.org/10.1029/2003WR002456>
  11. Ganguli P. and Reddy M. J. 2013. Probabilistic assessment of flood risks using trivariate copulas. *Theoretical and Applied Climatology*. 111(1-2): 341-360.
  12. Gao Y. Wang D. Zhang Z. Ma Z. Guo Z. and Ye L. 2018. Analysis of flood risk of urban Agglomeration Polders using multivariate copula. *Water*. 10(10): 1470.
  13. Genest C. Favre A. Béliveau J. and Jacques C. 2007. Metaelliptical copulas and their use in frequency analysis of multivariate hydrological data. *Water Resources Research*. 43(9).
  14. Grimaldi S. and Serinaldi F. 2006. Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. *Advances in Water Resources*: 29(8): 1155-1167.
  15. Jianping B. Pengxin D. Xiang Z. Sunyun L. Marani M. and Yi X. 2018. Flood coincidence analysis of Poyang Lake and Yangtze River: risk and influencing factors. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 32(4): 879-891.
  16. Klaho M. H. Safavi H. R. Golmohammadi, M. H. and Alkntar M. 2022. Comparison between bivariate and trivariate flood frequency analysis using the Archimedean copula functions, a case study of the Karun River in Iran. *Natural Hazards*. <https://doi.org/10.1007/s11069-022-05240-y>
  17. Latif S. and Mustafa F. 2020. Parametric Vine copula construction for flood analysis for Kelantan River Basin in Malaysia. *Civil Engineering Journal*. 6(8): 1470-1491.
  18. Naz S. Ahsanuddin M. Inayatullah S. Siddiqi T. A. and Imtiaz M. 2019. Copula-based bivariate flood risk assessment on Tarbela Dam, Pakistan. *Hydrology*. 6(3): 1-15.
  19. Naz S. Jamil S. S. and Iqbal M. J. 2020. Archimedean copula-based bivariate flood-frequency analysis on Sukkur, Pakistan. *Arabian Journal of Geosciences*. 13(7): 1-13.
  20. Nelsen R. B. 2006. *An Introduction to Copulas*, Springer, New York. 269 p.
  21. Reddy M. J. and Ganguli P. 2012. Bivariate flood frequency analysis of Upper Godavari River flows using Archimedean copulas.