

## معادله صریح برای برآورد ارتفاع آبپایه انتهایی لبه پهن برای کنترل جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای

مجید خورشیدی<sup>۱\*</sup>، علیرضا وطن خواه<sup>۲</sup> و محمد حسین امید<sup>۳</sup>

### چکیده

یکی از مسائل مهم در کنترل جهش تعیین حداقل ارتفاع آبپایه انتهایی است. اگرچه پژوهش‌های زیادی در مورد تأثیر آبپایه انتهایی روی مشخصات جهش هیدرولیکی در حوضچه‌های آرامش با مقاطع مستطیلی انجام شده است، ولی در مورد حوضچه‌های آرامش با مقطع دوزنقه‌ای پژوهش‌های زیادی گزارش نشده است. در این پژوهش علاوه بر مقایسه نتایج آزمایشگاهی با روش‌های انرژی و اندازه حرکت که با روش‌های عددی حل شده‌اند، یک معادله صریح برای برآورد ارتفاع آبپایه انتهایی با روش انرژی ارائه شده است. ارزیابی نتایج بیانگر هماهنگی مناسب بین داده‌های آزمایشگاهی و محاسباتی است و فرمول صریح ارائه شده با تقریب مناسب ارتفاع آبپایه انتهایی را برآورد می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** آبپایه انتهایی لبه پهن، جهش هیدرولیکی، حوضچه آرامش دوزنقه‌ای، حل صریح، معادلات انرژی و ممنتوم.

ارجاع: خورشیدی م. وطن خواه ع. و امید م. ح. ۱۳۹۴. معادله صریح برای برآورد ارتفاع آبپایه انتهایی لبه پهن برای کنترل جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای. مجله پژوهش آب ایران. ۱۸: ۱۱-۱۷.

۱- کارشناسی ارشد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران.

۲- دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران.

۳- استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران.

\* نویسنده مسئول: [khorshidi\\_majid@yahoo.com](mailto:khorshidi_majid@yahoo.com)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۲۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۹/۱۸

## مقدمه

مقاطع دوزنقه از پرکاربردترین مقاطع هندسی در شبکه کانال‌های انتقال و توزیع آب است. این امر سبب توجه خاص پژوهش‌گران به این مقاطع در قرن گذشته شده و تلاش برای شناخت خصوصیات جریان در این‌گونه مقاطع همچنان ادامه دارد. حوضچه‌های آرامش دوزنقه‌ای از جمله مواردی هستند که نیاز به شناخت عملکرد جریان‌های فوق‌بحرانی و ارزیابی جهش هیدرولیکی در آن‌ها وجود دارد. بررسی‌های گوناگونی با هدف درک عملکرد جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای در دهه‌های اخیر انجام شده است. از جمله این پژوهش‌ها می‌توان به پژوهش‌های پوزی و هسین (۱۹۳۸)، دیکسین (۱۹۶۱)، سیلوستر (۱۹۶۴)، ماسی (۱۹۶۶)، اوتسو (۱۹۷۶)، وانشوک و هگر (۱۹۸۹) و امید (۱۳۷۵) اشاره کرد.

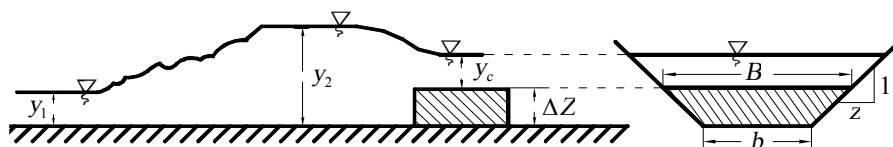
بررسی‌هایی که در زمینه کنترل جهش هیدرولیکی با آبیپایه انتهایی و تأثیر آن بر خصوصیات جهش در مقاطع مختلف انجام شده است، کم است. فورستر و اسکریند (۱۹۵۰) برای یافتن معادله‌ای تحلیلی بین عدد فرود، عمق اولیه و عمق ثانویه و ارتفاع آبیپایه برای کنترل جهش در مقاطع مستطیلی از معادله تعیین دبی سرریزهای لبه پهن مستطیلی که توسط دورینسفلد و برکر (۱۹۴۱) ارائه شده بود، استفاده کردند.

آشور و دیباچه (۲۰۰۳) الف و ب) اثرات آبیپایه‌های لبه پهن و لبه‌نازک را روی مقاطع U شکل (الف) [2-a] و همچنین اثر آبیپایه لبه نازک را روی مقاطع مثلثی با زاویه رأس ۹۰ درجه (ب) بررسی کردند و با مقایسه معادلات تئوری و آزمایشگاهی در مقاطع U شکل هماهنگی خوبی را در نتایج به دست آمده مشاهده کردند. آن‌ها همچنین دریافتند که آبیپایه‌های لبه‌نازک برای کنترل جهش هیدرولیکی با شرایط یکسان کمی بلندتر از آبیپایه‌های لبه پهن در مقاطع U شکل است.

آشور و دیباچه (۲۰۰۳) الف) برای کنترل جهش با آبیپایه‌های لبه پهن در مقاطع مستطیلی نیز رابطه صریحی را برای یافتن حداقل ارتفاع لازم آبیپایه ارائه داده‌اند که نتایج آن هماهنگی خوبی با نتایج فورستر و اسکریند (۱۹۵۰) نشان داده است.

## مواد و روش‌ها

در شکل ۱ جهش آبی کنترل شده با یک آبیپایه لبه پهن با ارتفاع  $\Delta Z$  در کانالی با نیمرخ دوزنقه‌ای نشان داده شده است. این کانال دارای عرض بستری برابر  $b$  است. آبیپایه غیرمستغرق در فاصله  $X$  به طور تقریبی برابر طول جهش،  $L$ ، از پای جهش آبی واقع بوده و عمق‌های مزدوج جهش آبی  $Y_1$  و  $Y_2$  است. با توجه به وجود جریان بحرانی روی آبیپایه، عمق بحرانی  $Y_c$  شکل خواهد گرفت.



شکل ۱- برش طولی حوضچه آرامش دوزنقه‌ای و مقطع عرضی آن در محل آبیپایه انتهایی

چنانچه در مسیر جریان فوق‌بحرانی در حوضچه آرامش یک آبیپایه لبه پهن قرار داده شود، جهش هیدرولیکی در بالادست آبیپایه تشکیل می‌شود. حداقل ارتفاع لازم برای آبیپایه انتهایی با توجه به مفهوم انرژی ویژه قابل محاسبه خواهد بود. در این حالت به دلیل وجود عمق بحرانی روی آبیپایه، این مقطع به صورت یک مقطع کنترل عمل خواهد کرد. بنابراین معادلات حاکم عبارتند از:

(۲)  $E_2 = E_c + \Delta Z$

در معادلات (۱) و (۲)،  $Fr_{Sill}$  عدد فرود روی آبیپایه انتهایی،  $Q$  دبی جریان،  $A_c$  و  $T_c$  به ترتیب، سطح مقطع و عرض سطح آزاد آب روی آبیپایه انتهایی،  $E_2$  انرژی مخصوص در محل تشکیل عمق ثانویه جهش آبی،  $E_c$  انرژی مخصوص روی آبیپایه انتهایی و  $\Delta Z$  ارتفاع آبیپایه انتهایی است. با در نظر گرفتن عمق بحرانی روی آبیپایه انتهایی  $Y_c$ ، عرض کف کانال دوزنقه‌ای  $b$ ، شیب جانبی کانال دوزنقه‌ای  $Z$ ، عرض کف کانال دوزنقه‌ای روی

$$Fr_{Sill}^2 = \frac{Q^2}{g \frac{A_c^3}{T_c}} = 1 \quad (۱)$$

با حذف  $y_{*c}$  از معادلات ۳ و ۷ با روش‌های برازش منحنی خواهیم داشت:

$$2E_{*2} + \frac{b}{B} = 1.0296 \left( 1 + 6.93 \left( \frac{Q^2 Z^3}{gB^5} \right)^{0.378} \right)^{\frac{1}{1.89}} \quad (8)$$

با حل رابطه ۸ بر حسب عرض کانال روی آبپایه انتهایی رابطه زیر حاصل خواهد شد.

$$B = \left( \frac{2zE_2 + b}{1.0296} \right)^{1.89} - 6.93 \left( \frac{Q^2 Z^3}{g} \right)^{0.378} \quad (9)$$

$$\Delta Z = \frac{B - b}{2z} \quad (10)$$

بنابراین ارتفاع  $\Delta Z$  با استفاده از معادله (۱۰) به صورت صریح قابل محاسبه خواهد بود. مقدار خطای معادله (۹) در بازه کاربردی  $0.03 \leq y_{*c} \leq 2.7$  محاسبه و در شکل ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، این معادله حداکثر دارای ۱٪ خطا است.

آبپایه انتهایی  $B$  و مقادیر بدون بعد  $y_{*c} = \frac{zy_c}{B}$  و  $E_{*c} = \frac{zE_c}{B}$  معادلات (۱) و (۲) به صورت زیر بدون بعد می‌شوند.

$$\frac{Q^2 Z^3}{gB^5} = \frac{(1 + y_{*c})^3 y_{*c}^3}{1 + 2y_{*c}} \quad (3)$$

$$2E_{*2} + \frac{b}{B} = 2E_{*c} + 1 \quad (4)$$

مقدار انرژی ویژه حداقل،  $E_c$  نیز با معادله زیر تعریف می‌شود.

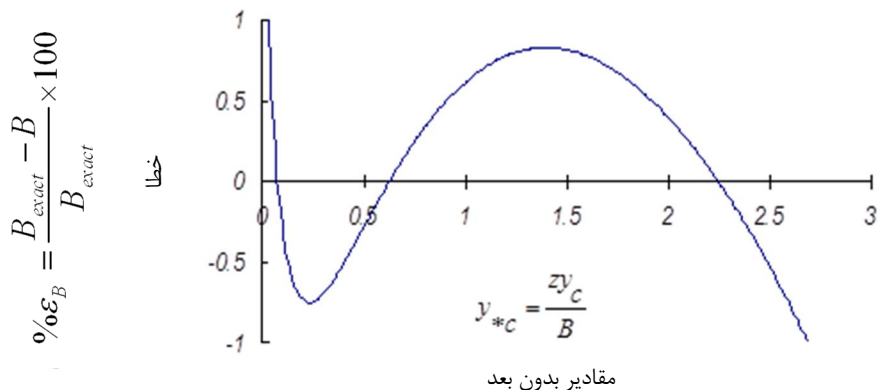
$$E_c = y_c + \frac{A_c}{2T_c} \quad (5)$$

معادله (۵) را نیز می‌توان به صورت بدون بعد نوشت.

$$E_{*c} = \frac{5y_{*c}^2 + 3y_{*c}}{2(1 + 2y_{*c})} \quad (6)$$

از ادغام معادلات ۴ و ۶ خواهیم داشت:

$$2E_{*2} + \frac{b}{B} = \frac{5y_{*c}^2 + 3y_{*c}}{(1 + 2y_{*c})} + 1 \quad (7)$$



شکل ۲- خطای محاسبه عرض کف کانال دوزنقه‌ای روی آبپایه انتهایی بر حسب درصد

بنابراین خطای محاسبه ارتفاع آبپایه انتهایی،  $B/B - b$  برابر خطای محاسبه عرض کف کانال دوزنقه‌ای روی آبپایه انتهایی خواهد بود. در صورتی که  $b/B \leq 1/2$  حداکثر خطای محاسبه  $\Delta Z$ ، ۲٪، اگر  $b/B \leq 2/3$  حداکثر خطای محاسبه  $\Delta Z$ ، ۳٪، اگر  $b/B \leq 3/4$  حداکثر خطای محاسبه  $\Delta Z$ ، ۴٪ و اگر  $b/B \leq 4/5$  حداکثر خطای محاسبه  $\Delta Z$ ، ۵٪ خواهد بود که در کارهای مهندسی خوب هستند. در صورتی که نیاز به محاسبه

برای محاسبه خطای  $\Delta Z$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \frac{B - b}{2z} \Rightarrow d\Delta Z = \frac{dB}{2z} \\ \Rightarrow \frac{d\Delta Z}{\Delta Z} &= \frac{dB}{2z \frac{B - b}{2z}} = \frac{dB}{B - b} = \frac{B}{B - b} \frac{dB}{B} \\ \Rightarrow \frac{d\Delta Z}{\Delta Z} &= \frac{B}{B - b} \frac{dB}{B} \\ \varepsilon_{\Delta Z} &= \left( \frac{B}{B - b} \right) \varepsilon_B \quad (11) \end{aligned}$$

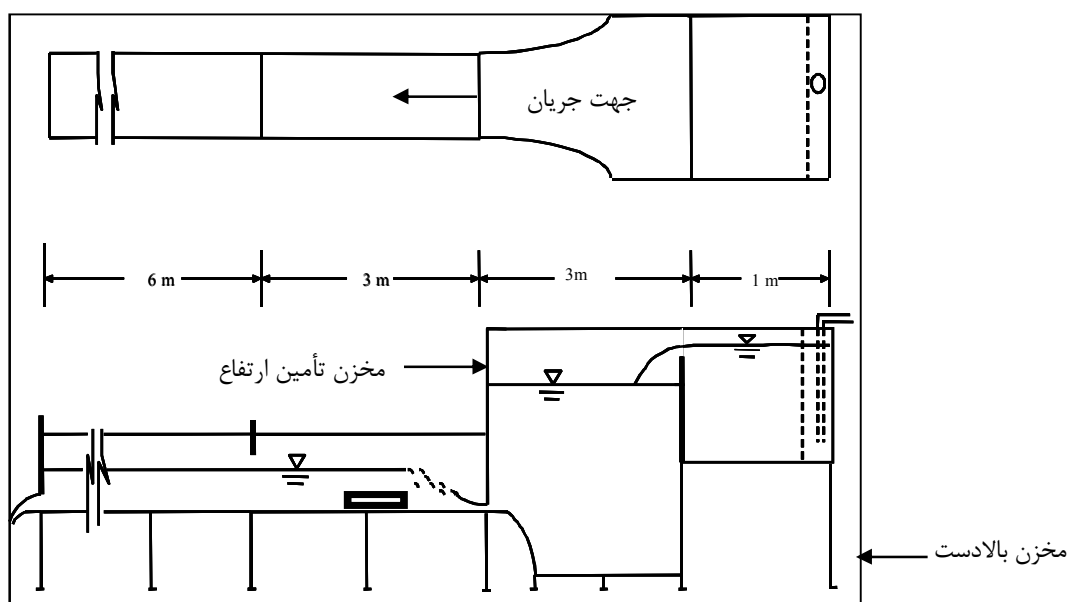
مقطع دوزنقه‌ای متقارن، با شیب‌های جانبی،  
 $z = 0.5, 1, 1.5$  طول ۳ متر و عرض ۰/۵ متر برای  
اندازه‌گیری مشخصات جهش در محدوده دبی  $19.3 < Q < 79.4$   
لیتر بر ثانیه در آزمایشگاه تحقیقات آب  
دانشکده مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران انجام  
شد. شمای کلی دستگاه آزمایش در شکل ۳ نشان داده  
شده است.

عمق بحرانی روی آبیایه باشد می‌توان آن را با توجه به  
معادله (۷) به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\theta = 2E_{*2} + \frac{b}{B} - 1 \quad (12)$$

$$y_c = \frac{B}{z} \cdot \frac{-(3-2\theta) + \sqrt{(3-2\theta)^2 + 20\theta}}{10} \quad (13)$$

برای ارزیابی نتایج حاصل از کاربرد معادله صریح  
پیشنهادی برای تعیین ارتفاع آبیایه انتهایی، تعدادی  
آزمایش نیز انجام شد. آزمایش‌ها در یک کانال افقی با



شکل ۳- نمای کلی از مدل آزمایشگاهی

میلی‌متر اندازه‌گیری می‌شد و برای ایجاد جهش در هنگام  
بدون کاربرد آبیایه، جریان با یک دریچه انتهایی قابل  
حرکت در انتهای کانال، کنترل می‌شد.  
برای هر یک از مقادیر تجربی حاصله از  $Fr_1$  در محدوده  
 $10 < Fr_1 < 3$ ، ارتفاع آبیایه به طریقی انتخاب شد که  $\Delta x$ ،  
فاصله بین دریچه و عمق اولیه از ۱۰ سانتی‌متر کمتر  
باشد.

فاصله‌های افقی با نوارهای مدرج با دقت ۱ میلی‌متر  
اندازه‌گیری می‌شد. عمق ثانویه جهش  $y_2$ ، به دلیل  
نوسانات موجود با دقت  $\pm 5$  میلی‌متر اندازه‌گیری شد.  
برای کاهش تأثیر نوسانات در دقت اندازه‌گیری، قرائت  
داده‌ها در یک چاهک شفاف، که در یک طرف آن چند  
سوراخ ریز وجود داشت، انجام شد. برای کنترل وضعیت  
جهش آبی همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود از  
آبیایه‌های لبه پهن از جنس پلاگسی به عرض ۴۰ سانتی‌متر

برای آرام کردن و اندازه‌گیری جریان ورودی به مدل  
آزمایشگاهی، مخزن آرام کننده اولیه بالادست، با ابعاد  
۱/۲۵ متر عرض، ۱ متر طول و ۱ متر ارتفاع طراحی و  
ساخته شد. جریان آب ورودی به مدل با لوله‌های سیستم  
مدار بسته آزمایشگاه تأمین و از طریق یک لوله متصل به  
انشعاب نزدیک مدل، وارد مخزن اولیه بالادست می‌شد.  
برای آرام کردن جریان ورودی قبل از رسیدن به سرریز از  
یک صفحه مشبک به عرض ۱/۲۵ متر و ارتفاع ۱ متر که  
روی آن سوراخ‌هایی به قطر ۱ سانتی‌متر ایجاد شده بود،  
استفاده شد. اندازه‌گیری دبی‌ها با یک سرریز کالیبره شده  
در مخزن بالادست انجام شد. با ریزش جریان از روی  
سرریز، جریان وارد مخزن تأمین ارتفاع می‌شد. هدف از  
ساخت این مخزن تأمین ارتفاع استاتیک آب برای تأمین  
انرژی لازم برای تشکیل جهش با اعداد فرود مورد نظر بود.  
عمق‌های اولیه و ثانویه با دو دستگاه عمق‌سنج با دقت ۰/۱

آبپایه‌ها در فاصله  $x$  به طور تقریبی برابر  $Lz$  از پای جهش هیدرولیکی بودند.

و با ارتفاعی بین  $17.6 < \Delta Z < 6.4$  سانتی‌متر استفاده شده است. همچنین در شکل ۴ و ۵ مشاهده می‌شود که این



شکل ۴- آبپایه لبه پهن برای کنترل جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای



شکل ۵- نمایی از چگونگی کنترل جهش هیدرولیکی با آبپایه انتهایی

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad (17)$$

$$E_c = y_c + \frac{1}{2} D_c \quad (18)$$

$$D_c = \frac{(b + zy_c)y_c}{B + 2zy_c} \quad (19)$$

$$\Delta Z = E_2 - E_c \quad (20)$$

که در معادلات بالا  $D_c$  عمق هیدرولیکی مقطع دوزنقه‌ای در محل عمق بحرانی است.

استفاده از هر یک از این دو روش نیازمند حل معادلات غیرخطی به صورت ضمنی است. با معادله صریح پیشنهادی که ارتفاع آبپایه انتهایی را بر حسب مشخصات جریان و مقطع کانال به سادگی برآورد می‌کند، امکان برآورد ارتفاع آبپایه با دقت خوبی فراهم است. در شکل ۶ تغییرات ارتفاع آبپایه آزمایشگاهی با مقادیر به دست آمده از معادلات ممنتموم، انرژی و همچنین معادله صریح پیشنهادی این پژوهش، برای دبی‌های متفاوت و در سه شیب جانبی مختلف، مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود،

### نتایج و بحث

با توجه به اینکه روی آبپایه لبه پهن عمق بحرانی به وجود می‌آید، با نوشتن معادله اندازه حرکت بین مقطع جریان در محل عمق ثانویه جهش و مقطع با عمق بحرانی روی آبپایه، ارتفاع آبپایه قابل محاسبه است.

$$F_2 - F_c = \frac{F_{ext}}{\gamma} \quad (14)$$

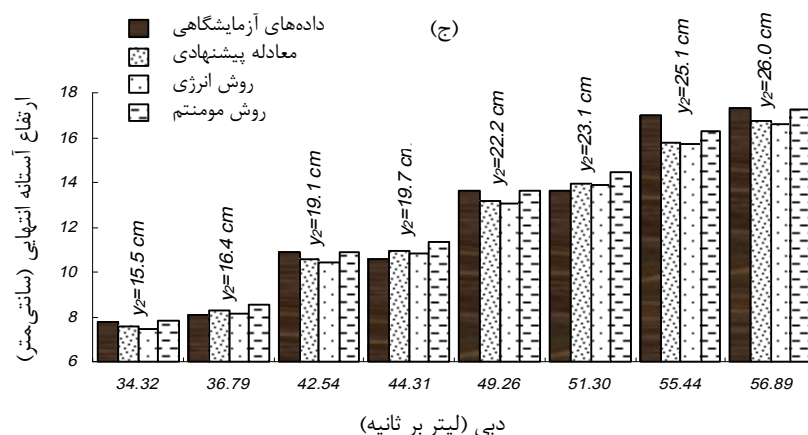
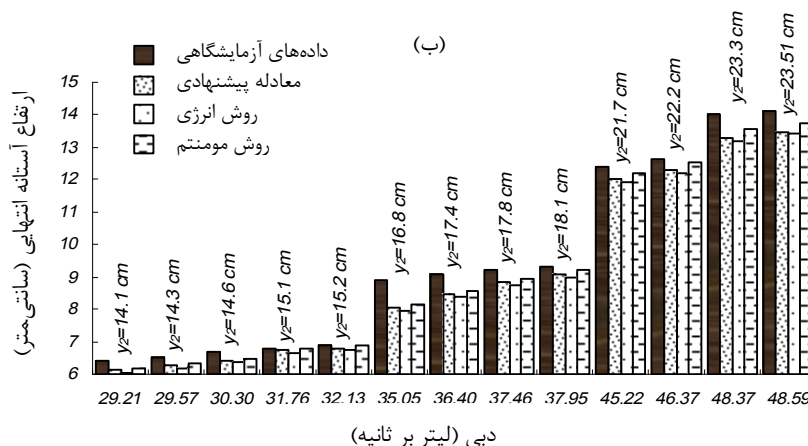
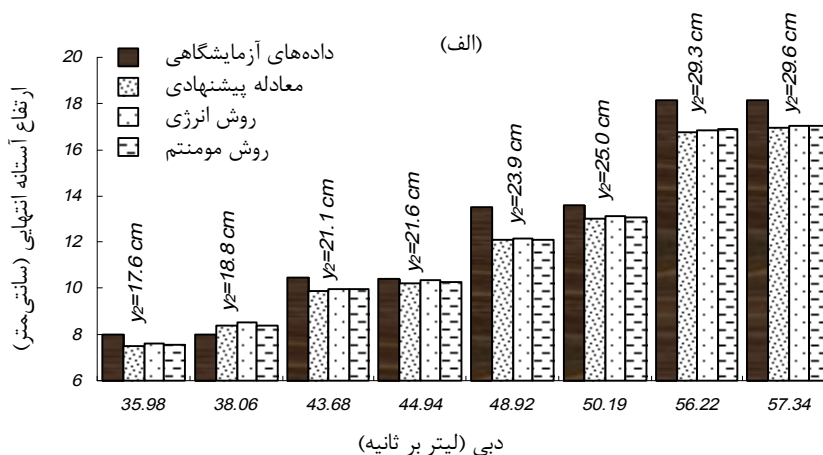
$$F = \frac{Q^2}{gy(b + zy)} \quad (15)$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = (z\Delta Z^2) \left( y_2 - \frac{3}{2}\Delta Z \right) + (b\Delta Z) \left( y_2 - \frac{1}{2}\Delta Z \right) \quad (16)$$

که در معادلات بالا  $F$  نیروی مخصوص،  $F_{ext}$  نیروهای خارجی وارد بر حجم کنترلی است که بین مقطع ثانویه جهش و آبپایه در نظر گرفته شده است. اندیس‌های ۲ و ۳ به ترتیب نشان دهنده محل عمق ثانویه و محل عمق بحرانی روی آبپایه است. از معادله برنولی نیز بدون در نظر گرفتن افت انرژی می‌توان ارتفاع آبپایه را محاسبه کرد.

همچنین می‌توان گفت که این معادله می‌تواند با دقت خوبی داده‌های به دست آمده آزمایشگاهی را نیز پیش‌بینی کرده و این نشانگر مقبولیت معادله مذکور از نظر کاربردی است.

مقادیر به دست آمده از معادله پیشنهادی برای ارتفاع آبیانه‌های لبه پهن، با مقادیر پیش‌بینی شده از معادلات انرژی و ممنتوم به طور تقریبی یکسان بوده و هر سه روش تفاوت کمی با نتایج آزمایشگاهی دارند که این نیز ناشی از فرضیات به کار گرفته شده در معادلات است.



شکل ۶- تغییرات ارتفاع آبیانه‌های لبه پهن برای کنترل جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای به ترتیب برای سه شیب جانبی (الف) شیب جانبی  $Z=0.5$  (ب) شیب جانبی  $Z=1$  (ج) شیب جانبی  $Z=1.5$

Rectangular Channels. Trans. Japanese Society Civil Engineering JSCS. 8(1): 122-125.

9. Posey C. J. and Hsing P. S. 1938. Hydraulic Jump in Trapezoidal Channel. Engineering New Record. 121(25): 797-798.
10. Silvester R. 1964. Hydraulic Jump in All Shapes of Horizontal Channel. Proc. American Society of Civil Engineers. Journal of Hydraulic Division. 90(1): 23-55.
11. Wanoschek R. and Hager W. H. 1989. Hydraulic Jump in Trapezoidal Channel. Journal of Hydraulic Research. 27(3): 429-446.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش کنترل جهش هیدرولیکی با آبپایه‌های لبه‌پهن در مقاطع دوزنقه‌ای با سه شیب جانبی ۱:۰/۵، ۱:۱ و ۱:۱/۵ بررسی شد. بررسی جریان عبوری از روی آبپایه لبه‌پهن این امکان را فراهم آورد که حداقل ارتفاع آبپایه برای کنترل جهش با یک معادله صریح قابل برآورد کردن باشد. با معادله صریح پیشنهادی می‌توان با استفاده از مشخصات جریان و مقطع کانال، حداقل ارتفاع را برآورد کرد. نتایج به دست آمده از مقایسه این معادله با معادلات ممنوم، انرژی و نتایج آزمایشگاهی نشان دهنده دقت خوب این معادله در برآورد حداقل ارتفاع آبپایه لبه‌پهن برای کنترل جهش در مقاطع دوزنقه‌ای است. از آنجا که نتایج آزمایشگاهی بیشتری وجود ندارد معادله ارائه شده برای تعیین ارتفاع آبپایه به صورت صریح می‌تواند به عنوان راهنما در طراحی مستهلک‌کننده‌های انرژی در مقاطع دوزنقه‌ای استفاده شود. قابل توجه است که در مقایسه با سایر تأسیسات کنترل کننده جهش هیدرولیکی، آبپایه‌های لبه‌پهن به دلیل پایداری سازه‌ای و هزینه‌های کمتر، برتری دارند.

## منابع

۱. امید م. ح. ۱۳۷۵. بررسی عملکرد جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه‌ای. مجله علوم کشاورزی ایران. ۲۷(۲): ۲۸-۳۵.
2. Achour B. and Debabeche M. 2003a. Control of Hydraulic Jump by Sill in a U-shaped Channel, Journal of Hydraulic Research. 41(1): 97-103.
3. Achour B. and Debabeche M. 2003b. Control of Hydraulic Jump by Sill in Triangular Channel. Journal of Hydraulic Research. 41(3): 319-325.
4. Diksin M. H. 1961. Hydraulic Jump in Trapezoidal Channel. Water Power. 13(1):12-17.
5. Doeringsfeld H. A. and Barker C. L. 1941. Pressure-Momentum Theory Applied to the Broad-Crested Weir. Transactions of the American Society of Civil Engineers. 106(1):968-969.
6. Forester J. W. and Skrinde R. A. 1950. Control of the Hydraulic Jump by Sills. Trans. American Society of Civil Engineers. 115(1): 973-987.
7. Massey B. S. 1966. Hydraulic Jump in Trapezoidal Channel an Improved Method. Water Power. 13(1): 232-236.
8. Ohtso I. 1976. Free Hydraulic Jump and Submerged Hydraulic Jump in Trapezoidal and

