

## شبیه‌سازی عددی شکست سد با روش اجزاء محدود و المان‌های غیرخطی یک‌بعدی، بررسی موردی سد ارداک

رضا کریمی<sup>۱\*</sup> و علی اکبر اختری<sup>۲</sup>

### چکیده

در این پژوهش ابتدا معادله‌های آب‌های کم‌عمق تشریح شده و برای کاربرد مدل عددی اجزاء محدود، معادله‌های حاکم به روش ریلی‌ریتز گسسته‌سازی و ماتریس سختی جزء و کل محاسبه شده است. با حل دستگاه معادله‌های حاکم به روش غیرصریح، عمق و سرعت جریان در طول کانال و در زمان‌های مختلف به دست آمده است. مدل عددی با المان‌های سه، پنج و هفت گرهی با نتایج عددی سایر پژوهش‌گران صحت‌سنجی و هماهنگی مناسبی مشاهده شد. از نتایج این پژوهش آن است که به‌دلیل استفاده از المان‌های غیرخطی، اغتشاش‌های حاصل از حل غیرصریح به طور مؤثری نسبت به مدل‌های خطی کاهش یافته است. بعد از اطمینان از عملکرد صحیح مدل اجزاء محدود، شکست سد ارداک مشهود به‌عنوان بررسی موردی آورده شده است. در این بررسی از سه زبری معادل (لوتر، پاولوفسکی و هورتون) برای مدل‌سازی عددی پدیده شکست سد و محاسبه عمق و سرعت آب در زمان و مکان‌های مختلف در طول رودخانه، استفاده شد. در طول مسیر پایین‌دست حداکثر عمق متوسط در پایین‌دست ۲۴/۷۸ متر با زبری معادل پاولوفسکی بوده و حداکثر سرعت نیز ۱۵/۰۵ متر بر ثانیه با زبری معادل لوتر در زمان ۱۰۰ ثانیه است.

**واژه‌های کلیدی:** اجزاء محدود، المان غیرخطی، سد ارداک، شکست سد، مدل عددی.

**ارجاع:** کریمی ر. و اختری ع.ا. ۱۳۹۴. شبیه‌سازی عددی شکست سد با روش اجزاء محدود و المان‌های غیرخطی یک‌بعدی، بررسی موردی سد ارداک. مجله پژوهش آب ایران. ۱۶: ۲۷-۱۹.

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران آب، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه.

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه.

\* نویسنده مسئول: [rezadan\\_ham@yahoo.com](mailto:rezadan_ham@yahoo.com)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۸/۱۸

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۳/۱۶

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) \quad (2)$$

در این رابطه  $Q$  دبی،  $A$  مساحت سطح مقطع،  $t$  زمان،  $h$  عمق آب،  $g$  شتاب ثقل،  $x$  راستای جریان،  $S_f$  شیب خط انرژی،  $S_0$  شیب بستر است. در اجزاء محدود با کمک توابع وزن و توابع درون‌یاب فرم تغییراتی معادله‌های حاکم محاسبه می‌شود، چون که معادله ۱ جواب صریح ندارند باید از روش ضمنی با پارامتر  $\alpha$  استفاده کرد. در این روش جواب‌ها در زمان  $s$  و  $s+1$  به یکدیگر ربط داده شده و برای هر زمان  $s$  آنقدر دستگاه معادله حل می‌شود تا اختلاف بین جواب‌ها در زمان‌های  $s$  و  $s+1$  کمتر از مقداری باشد که کاربر معرفی می‌کند. برای هر یک از معادله‌های اندازه حرکت و پیوستگی می‌توان از رابطه زیر برای حل دستگاه به روش ضمنی کمک گرفت (ردی، ۱۹۹۳):

$$[M^1] \left[ \frac{\partial U}{\partial t} \right] + [K][U] = [F]$$

$$[\hat{K}]_{s+1} [U]_{s+1} = [\bar{K}]_s [U]_s + [\hat{F}]_{s,s+1}$$

$$[\hat{K}]_{s+1} = [M^1] + \alpha \Delta t [K]_{s+1} \quad (3)$$

$$[\bar{K}]_s = [M^1] + (1 - \alpha) \Delta t [K]_s$$

$$[\hat{F}]_{s,s+1} = \Delta t (\alpha [F]_{s+1} + (1 - \alpha) [F]_s)$$

در این رابطه  $[M^1]$  ماتریس ضریب‌های مربوط به زمان،  $[K]$  ماتریس ضریب‌های مربوط به متغیر  $U$  و  $[F]$  ماتریس ستونی طرف راست معادله است. در این رابطه اگر  $\alpha = 0$  باشد از طرح اختلاف پیشرو، اگر  $\alpha = 0.5$  باشد از طرح کرانک-نیکلسون، اگر  $\alpha = 2/3$  باشد از طرح گالرکین و اگر  $\alpha = 1$  باشد از طرح اختلاف پسرو استفاده می‌شود (ردی، ۱۹۹۳). شرایط اولیه در حل دستگاه معادله‌های همان سرعت و عمق اولیه آب قبل از شکست سد است. برای پایداری مدل عددی، عدد کورانت باید در تمامی زمان‌ها و در طول کانال کوچک‌تر از یک باشد. که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta t = Cr \left[ \frac{\Delta x}{u + c} \right] \quad (4)$$

در این رابطه  $\Delta t$  گام زمانی،  $\Delta x$  گام طولی،  $u$  سرعت

## مقدمه

گستره وسیعی از پدیده‌های فیزیکی با معادله‌های آب‌های کم‌عمق بیان می‌شوند. نمونه‌هایی از این پدیده‌های فیزیکی، جذر و مد در اقیانوس‌ها، مسائل جریان در کانال‌های روباز، جریان اطراف سازه‌های هیدرولیکی و مسئله شکست سد هستند. معادله‌های جریان آب‌های کم‌عمق، مجموعه‌ای از معادله‌های هیپربولیک است که تقریبی به مسئله جریان کامل گرانشی سطح آب هستند. برای حل معادله‌های آب‌های کم‌عمق مدل‌های عددی متنوعی به کار می‌رود، مانند اختلاف محدود، حجم‌های محدود و روش‌های هیبریدی. در گسسته‌سازی معادله‌های آب‌های کم‌عمق یک‌بعدی و دوبعدی با مدل عددی اجزاء محدود از روش‌های مختلفی استفاده شده است. تونی و شیوفانگ (۲۰۰۱)، از روش Resolution High برای گسسته‌سازی معادله‌های آب‌های کم‌عمق در حالت دوبعدی استفاده کردند. وناتلی (۲۰۰۳)، روش پد-گالرکین را به کار برد، در این روش انتگرال‌گیری جزئی گام زمانی معادله‌های سنت‌ونانت با کمک سه مرحله روش تغییراتی پد انجام شده، در حالیکه جداسازی معادله‌ها در راستای مؤلفه‌های  $X, Y, Z$  با روش استاندارد گالرکین انجام شده است. سرچیو و همکاران (۲۰۰۴)، روش گالرکین را برای گسسته‌سازی معادله‌های آب‌های کم‌عمق یک‌بعدی و دوبعدی به کار بردند. محمد و العمرانی (۲۰۰۶)، روش ترکیبی لاگرانژی-گالرکین را برای مدل‌سازی جریان غیریکنواخت استفاده کردند. شین‌جی و همکاران (۲۰۰۹)، از روش کمترین مربعات برای گسسته‌سازی استفاده کردند. خان (۲۰۱۲)، از روش گالرکین برای مدل‌سازی شکست سد در رودخانه‌های طبیعی استفاده کرد. اما تاکنون گزارشی درباره گسسته‌سازی این معادله‌های با روش ریلی‌ریتر منتشر نشده است. برای استفاده کاربردی و عملی، کلیه مدل‌ها به زبان برنامه‌نویسی ویژوال بیسیک، به صورت یک نرم‌افزار کدنویسی شده است.

## مواد و روش‌ها

معادله‌های حاکم بر جریان آب‌های کم‌عمق یک‌بعدی همان معادله‌های پیوستگی و اندازه حرکت هستند و به صورت زیر قابل اثبات هستند:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_m - y_o}{y_o} \right)^2} \quad (8)$$

در این رابطه  $n$  تعداد داده‌ها و  $y_m$  نتایج مدل عددی و  $y_o$  نتایج آزمایشگاهی و یا تحلیلی است.

سد ارداک، در فاصله ۶۹ کیلومتری شمال غرب شهر مشهد و در بخش گل‌بهار از شهرستان قرار دارد. رودخانه ارداک یکی از شاخه‌های کشف رود است که از سمت شمال به این رودخانه می‌پیوندد. در این مطالعه قسمتی از پایین‌دست سد ارداک به طول ۸ کیلومتر نقشه‌برداری شده و در ۱۸ مقطع مختلف پروفیل‌های عرضی ترسیم شده است. ضریب زبری برای کف کانال برابر با ۰/۰۴ و برای کناره‌ها برابر با ۰/۰۵ در نظر گرفته می‌شود (شرکت مهندسی آب‌پوی، ۱۳۷۸). موج حاصل از شکست سد دارای دبی پیک ۷۰۰ مترمکعب بر ثانیه و ارتفاع ۵۵ متر است.

### نتایج و بحث

در شکل ۱ نتایج عددی مینگ در پدیده شکست سد در زمان ۶۰ ثانیه در یک کانال با عرض واحد و  $S_f = 0$  و  $S_0 = 0$  آورده شده است. عمق بالادست آب ۱۰ متر و عمق پایین‌دست آب ۵ متر است و در پیچه در فاصله ۱۰۰۰ متری قرار دارد (مینگ و چیا، ۲۰۰۰). همان‌طور که از شکل‌های ۲ تا ۴ مشاهده می‌شود هماهنگی مناسبی بین نتایج عددی مینگ و مدل‌سازی عددی در قسمت‌های بالایی و میانی موج وجود دارد. همچنین شاک پایین‌دست عمود بر مسیر جریان است. از ابتدای کانال تا فاصله‌ای حدود ۴۰۰ متری نتایج عددی مینگ و مدل عددی اجزاء محدود جواب‌های بدون نوسان و بدون هیچ‌گونه اختلافی ارائه کرده‌اند. از ابتدای پایین‌افتادگی، مدل عددی اجزاء محدود به صورت یک خط مستقیم که هماهنگی کاملی با نتایج عددی مینگ دارد به شاک پایین‌دست متصل می‌شود. ابتدای شاک پایین‌دست در فاصله‌ای تقریباً ۶۵۰ متری از ابتدای کانال ایجاد شده است. در فاصله ۶۵۰ متری تا ۱۵۰۰ متری موج به صورت افقی با نتایج عددی مینگ اختلاف ندارد. در فاصله ۱۵۰۰ متری موج به طور تقریبی با ۹۰ درجه به پایین‌دست کانال مرتبط شده است که با نتایج مینگ اختلاف زیادی دارد. از فاصله ۱۵۰۰ متری تا انتهای کانال مدل عددی اجزاء محدود و نتایج مینگ بهترین هماهنگی را با یکدیگر دارند. در المان‌های

آب و  $C$  سرعت موج است. روش‌های مختلفی در تخمین زبری معادل مانینگ ارائه شده است که در اینجا به سه روش متداول آن اشاره می‌شود.

۱- رابطه هورتن- اینستین: در این رابطه دو فرض وجود دارد به صورتی که هر جزء مساحت ( $A_i$ ) از مقطع، تحت تأثیر پیرامون مرطوب ( $P_i$ ) و ضریب زبری مانینگ ( $n_i$ ) است و سرعت متوسط در هر یک از این جزء مساحت‌ها، مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل است. در نتیجه با رابطه ۵ زبری معادل هورتن ( $n_e$ ) محاسبه می‌شود (حسینی و ابریشمی، ۱۳۷۸).

$$n_e = \left( \frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3} \quad (5)$$

۲- رابطه پاولوفسکی: پاولوفسکی فرض کرد که نیروی رانش کل در یک بازه از کانال بر مبنای سرعت متوسط و پیرامون مرطوب کل معادل با جمع نیروی رانش در هر یک از مساحت‌های تفکیک شده باشد و نیز این که سرعت متوسط و شعاع هیدرولیکی در هر یک از جزء مساحت‌ها مساوی و برابر با سرعت متوسط و شعاع هیدرولیکی کل جریان است. در نتیجه با رابطه ۶ زبری معادل پاولوفسکی ( $n_e$ ) محاسبه می‌شود (حسینی و ابریشمی، ۱۳۷۸).

$$n_e = \left( \frac{\sum P_i n_i^2}{P} \right)^{1/2} \quad (6)$$

۳- رابطه لوتر: لوتر با فرض اینکه دبی جریان در کل مقطع معادل با جمع دبی جریان در هر یک از مساحت‌های جزء است، رابطه خود را در تعیین زبری معادل به صورت رابطه ۷ ارائه کرد.

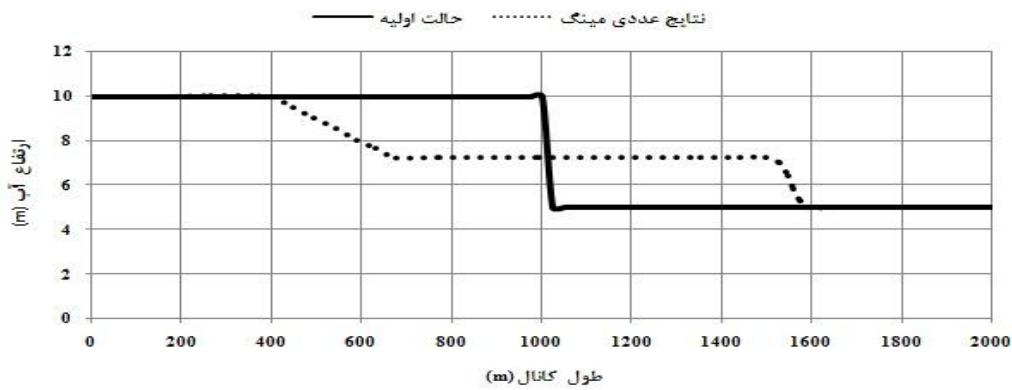
$$n_e = \frac{PR^{5/3}}{\sum \left( \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i} \right)} \quad (7)$$

در رابطه‌های ۵ تا ۷،  $n_i$  ضریب زبری مانینگ،  $P_i$  پیرامون مرطوب و  $R_i$  شعاع هیدرولیکی هر جزء،  $P$  و  $R$  به ترتیب پیرامون مرطوب و شعاع هیدرولیکی کل سطح مقطع است (حسینی و ابریشمی، ۱۳۷۸).

روند صحت‌سنجی مدل بدین صورت است که ابتدا نتایج تحلیلی با نتایج حاصل از مدل‌سازی با المان‌های سه و پنج و هفت گره‌ای مقایسه می‌شود و میزان اختلاف آن‌ها با معیار  $RMSE$  سنجیده می‌شود. فرمول معیار  $RMSE$  به صورت رابطه ۸ آورده شده است.

سمت عمود بر مسیر جریان، تمایل دارد که با واقعیت پله‌ای موج هماهنگی مناسبی دارد و مدل‌های عددی زیادی چنین توانایی را در مدل‌سازی شک پایین‌دست ندارند.

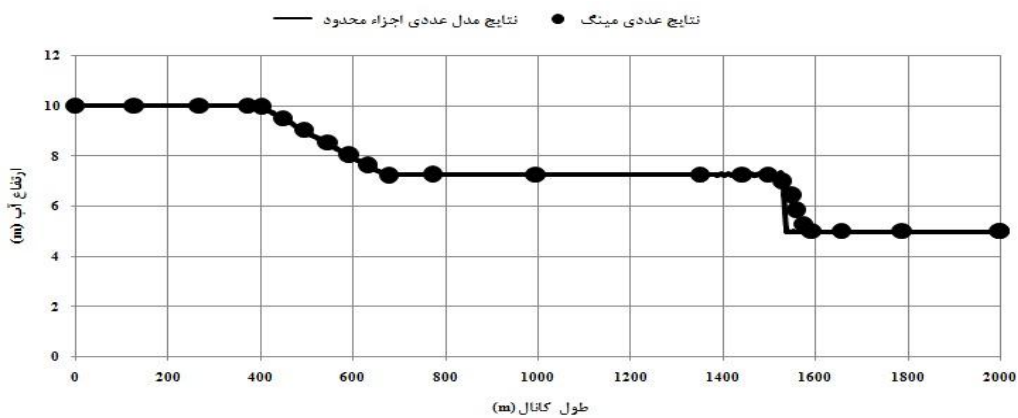
سه تا هفت گرهی بیشترین خطا مربوط به المان سه گرهی به میزان ۷/۹۳ درصد است، که نسبت به دیگر المان‌ها بیشتر است. در المان سه گرهی با ریزتر شدن مش در فاصله ۱۵۰۰ متری، موج شک پایین‌دست به



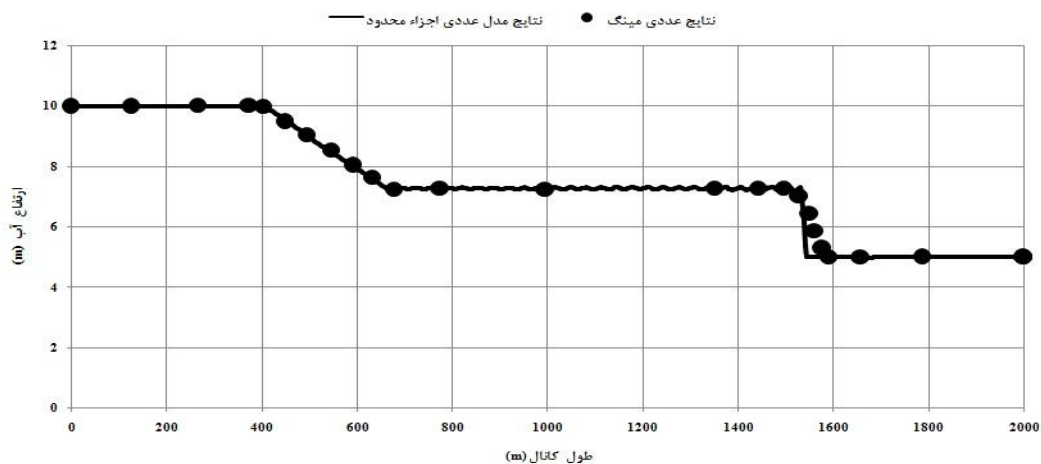
شکل ۱- نتایج مدل عددی مینگ در پدیده شکست سد در زمان ۶۰ ثانیه



شکل ۲- مقایسه نتایج عددی و اجزاء محدود شکست سد با المان‌های سه گرهی،  $RMSE = ۷/۹۳\%$



شکل ۳- مقایسه نتایج عددی و اجزاء محدود شکست سد با المان‌های پنج گرهی،  $RMSE = ۵/۵۳\%$



شکل ۴- مقایسه نتایج عددی و اجزاء محدود شکست سد با المان‌های هفت گره‌ی،  $RMSE = 5/55\%$

در شکل ۸ عمق آب در زمان ۳۰۰ ثانیه با سه زبری معادل مختلف نشان داده شده است. در زمان ۳۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۵۰۰۰ تا ۵۲۰۰ متری در طول رودخانه پیشروی کرده است، ارتفاع متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن  $24/11$  متر، با زبری معادل لوتر  $23/35$  متر و با زبری معادل پاولوفسکی  $24/11$  متر است. ارتفاع متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولوفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف بسیار کمی دارند. همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است موج با زبری معادل لوتر فاصله بیشتری را از دو زبری دیگر طی کرده است. در شکل ۹ عمق آب در زمان ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل نشان داده شده است. در زمان ۴۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۶۲۰۰ تا ۶۹۰۰ متری رودخانه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. ارتفاع متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن  $24/78$  متر، با زبری معادل لوتر  $24/18$  متر و با زبری معادل پاولوفسکی  $24/78$  متر است. ارتفاع متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولوفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف کمی دارند. همان‌طور که از شکل ۹ مشخص است موج با زبری معادل لوتر زودتر از دو زبری دیگر به انتهای رودخانه می‌رسد. شکل ۱۰ سرعت آب قبل از ورود سیلاب به رودخانه است. جریان در طول میدان محاسباتی زیربحرانی است.

در شکل ۱۱ تا ۱۴ سرعت آب به ترتیب در زمان‌های ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل لوتر، پاولوفسکی و هورتن نشان داده شده است. در شکل ۱۱ هر سه نمودار بر یکدیگر هماهنگی مناسبی دارند. در زمان ۱۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۱۹۰۰ متری در طول رودخانه

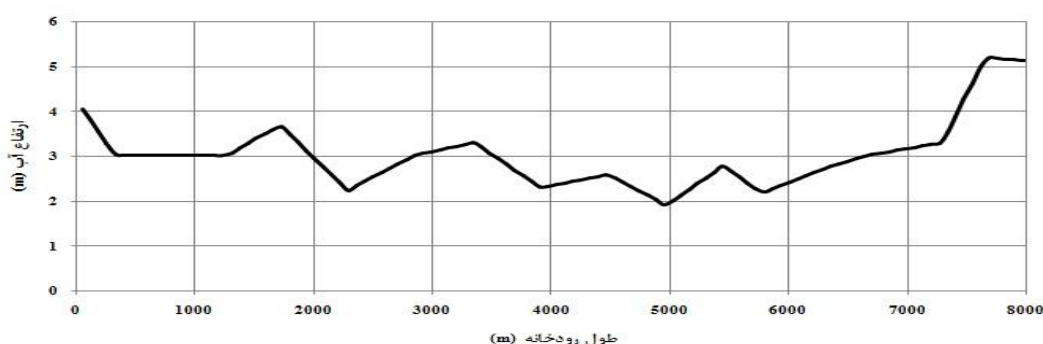
شکل ۵ معرف ارتفاع آب قبل از ورود سیلاب به رودخانه است. برای شبیه‌سازی شکست سد در رودخانه ارداک مخزن فرضی به طول اندازه رودخانه پایین‌دست در نظر گرفته شده است. عمق آب در این مخزن ۵۵ متر است. در شکل ۶ تا ۹ عمق آب در زمان‌های ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل لوتر، پاولوفسکی و هورتن نشان داده شده است.

در شکل ۶ عمق آب در زمان ۱۰۰ ثانیه با سه زبری معادل لوتر، پاولوفسکی و هورتن نشان داده شده است. در زمان ۱۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۱۷۰۰ متری در طول رودخانه پیش آمده است، ارتفاع متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن  $22/36$  متر، با زبری معادل لوتر  $21/72$  متر و با زبری معادل پاولوفسکی  $22/35$  متر است. ارتفاع متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولوفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف کمی دارند.

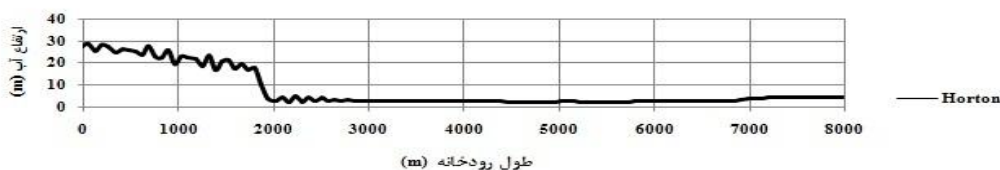
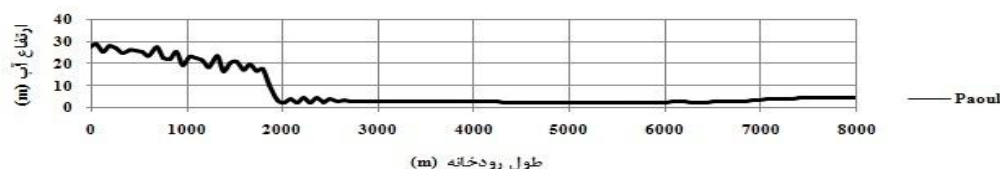
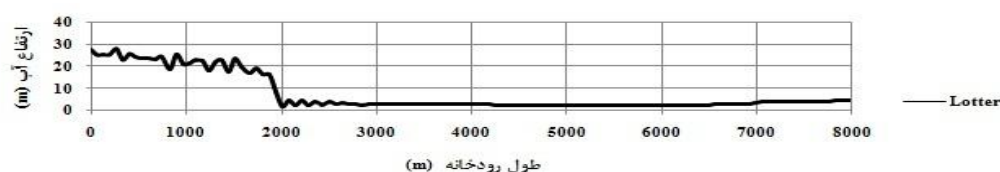
در شکل ۷ عمق آب در زمان ۲۰۰ ثانیه با سه زبری معادل نشان داده شده است. در زمان ۲۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۳۵۰۰ متری در طول رودخانه پیش آمده است، ارتفاع متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن  $23/53$  متر، با زبری معادل لوتر  $22/95$  متر و با زبری معادل پاولوفسکی  $23/53$  متر است. ارتفاع متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولوفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف کمی دارند. همان‌طور که از شکل ۷ مشخص است موج با زبری معادل لوتر فاصله بیشتری را از دو زبری دیگر طی کرده است.

فاصله ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ متری در طول رودخانه پیش آمده است، سرعت متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن ۱۱/۵۹ متر بر ثانیه، با زبری معادل لوتر ۱۲/۸۷ متر بر ثانیه و با زبری معادل پاولفسکی ۱۱/۵۷ متر بر ثانیه است. سرعت متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف زیادی ندارد. در شکل ۱۴ سرعت آب در زمان ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل مختلف نشان داده شده است. در زمان ۴۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۶۱۰۰ تا ۶۵۰۰ متری در طول رودخانه پیش آمده است، سرعت متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن ۱۰/۵۴ متر بر ثانیه، با زبری معادل لوتر ۱۱/۷۵ متر بر ثانیه و با زبری معادل پاولفسکی ۱۰/۵۲ متر بر ثانیه است. سرعت متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف کمی دارند.

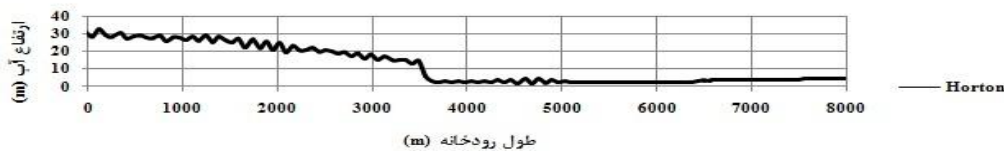
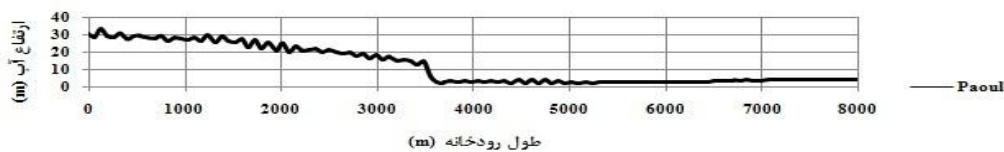
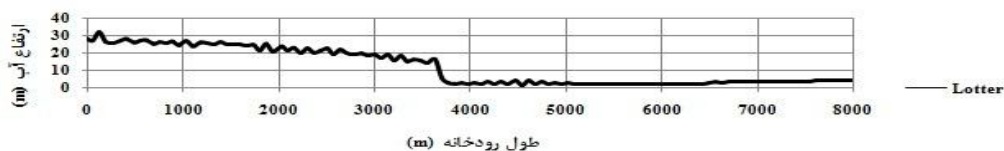
پیش آمده است. سرعت متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن ۱۴/۲۲ متر بر ثانیه، با زبری معادل لوتر ۱۵/۰۵ متر بر ثانیه و با زبری معادل پاولفسکی ۱۴/۲۰ متر بر ثانیه است. سرعت متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلاف کمی دارند. در شکل ۱۲ سرعت آب در زمان ۲۰۰ ثانیه در طول رودخانه، با سه زبری معادل نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است هر سه نمودار بر یکدیگر منطبق هستند. در زمان ۲۰۰ ثانیه موج تا فاصله ۳۷۰۰ متری در طول رودخانه پیش آمده است، سرعت متوسط موج در این فاصله با زبری معادل هورتن ۱۲/۶۳ متر بر ثانیه، با زبری معادل لوتر ۱۳/۹۳ متر بر ثانیه و با زبری معادل پاولفسکی ۱۲/۶۱ متر بر ثانیه می‌باشد. سرعت متوسط موج با زبری معادل هورتن و پاولفسکی یکی بوده و با زبری معادل لوتر اختلافی در حدود ۱ متر بر ثانیه دارند. مطابق شکل ۱۳ در زمان ۳۰۰ ثانیه موج تا



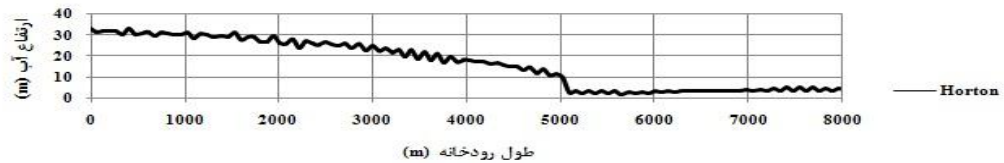
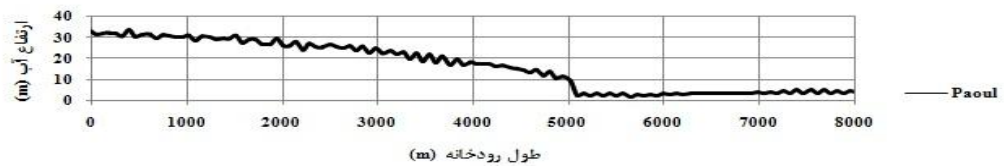
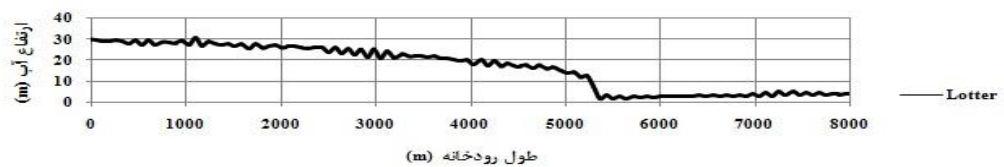
شکل ۵- ارتفاع آب قبل از ورود سیلاب به رودخانه



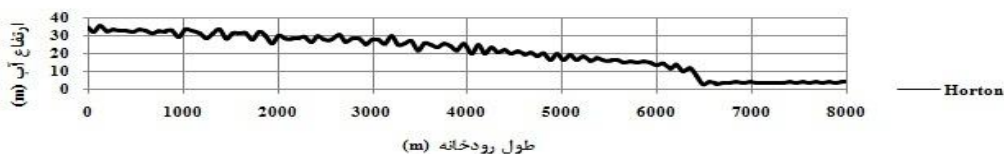
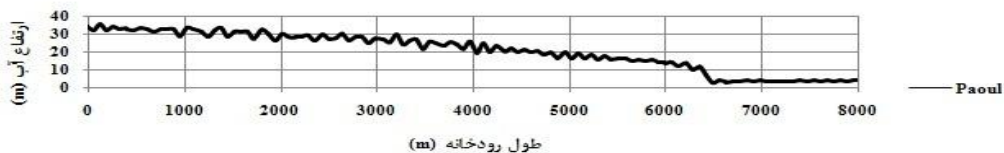
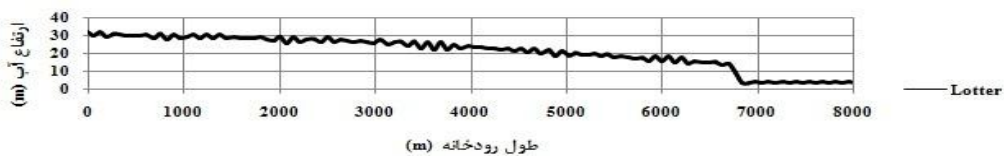
شکل ۶- عمق آب در زمان ۱۰۰ ثانیه با سه زبری معادل



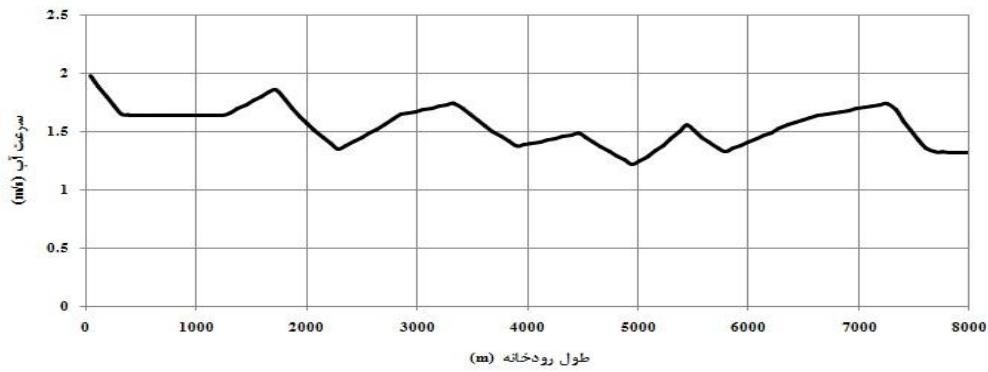
شکل ۷- عمق آب در زمان ۲۰۰ ثانیه با سه زبری معادل



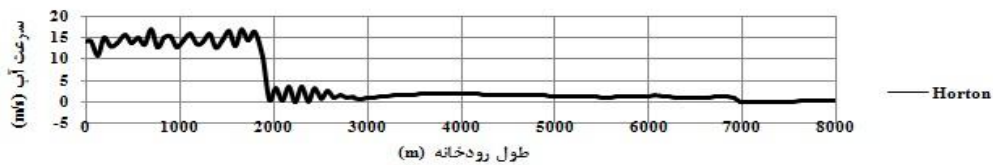
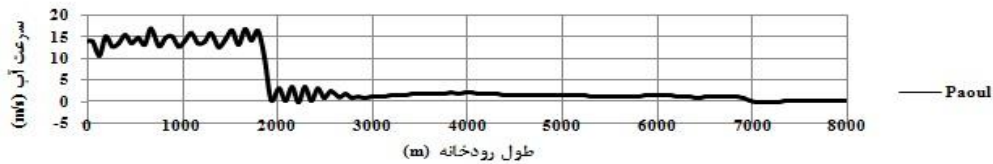
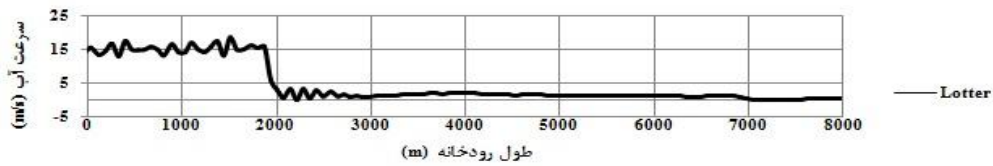
شکل ۸- عمق آب در زمان ۳۰۰ ثانیه با سه زبری معادل



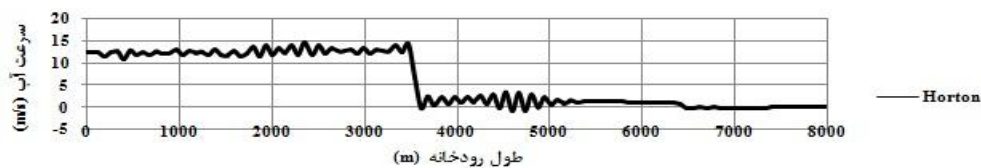
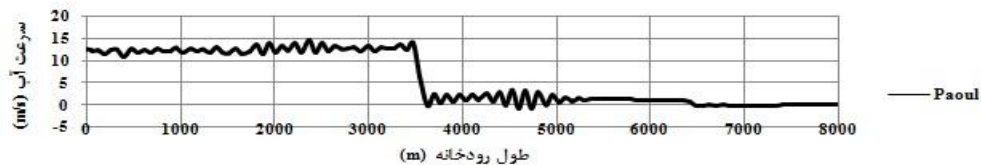
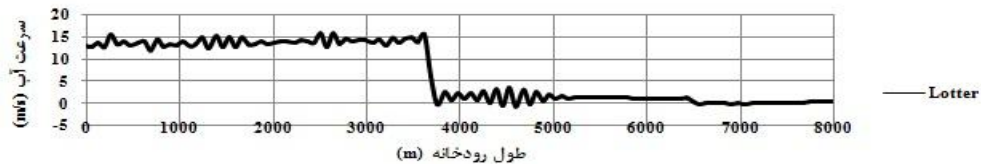
شکل ۹- عمق آب در زمان ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل



شکل ۱۰- سرعت آب قبل از ورود سیلاب به رودخانه

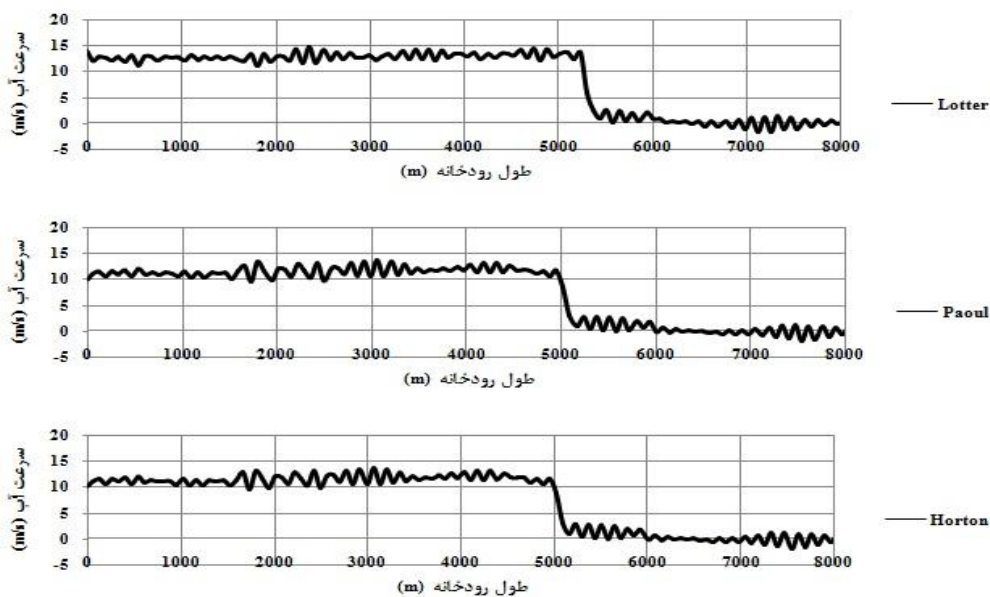


شکل ۱۱- سرعت جریان آب در زمان ۱۰۰ ثانیه با سه زبری معادل

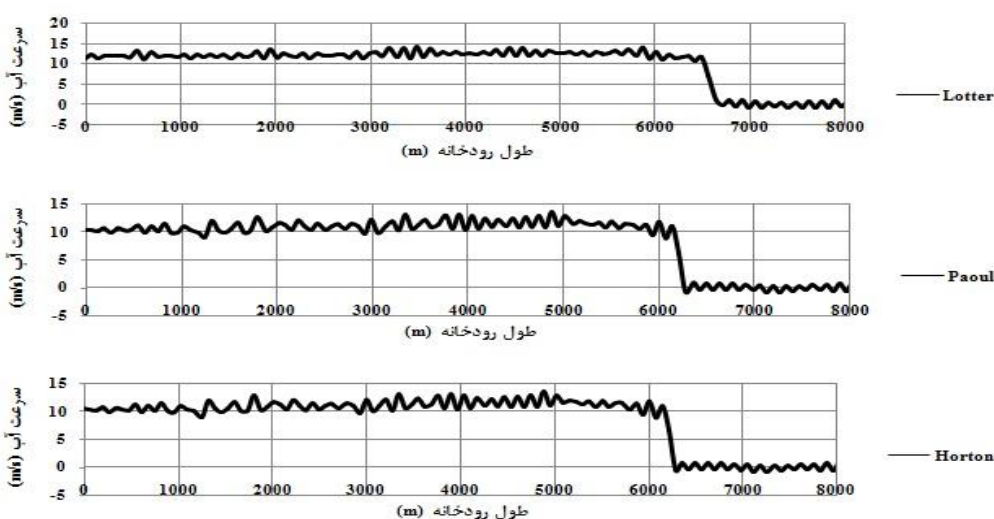


شکل ۱۲- سرعت جریان آب در زمان ۲۰۰ ثانیه با سه زبری معادل





شکل ۱۳- سرعت جریان آب در زمان ۳۰۰ ثانیه با سه زبری معادل



شکل ۱۴- سرعت جریان آب در زمان ۴۰۰ ثانیه با سه زبری معادل

زمان تقریبی ۴۰۰ ثانیه به انتهای کانال می‌رسد. نتیجه‌های سرعت و عمق جریان با زبری‌های معادل پاولوفسکی و هورتون در طول زمان ۴۰۰ ثانیه یکی بوده ولی با زبری‌های معادل لوتر اختلاف دارند به طوری که عمق جریان در انتهای رودخانه، با زبری معادل لوتر زودتر به انتهای رودخانه می‌رسد. در طول مسیر پایین‌دست حداکثر عمق متوسط در پایین‌دست ۲۴/۷۸ متر با زبری معادل پاولوفسکی بود و حداکثر سرعت نیز ۱۵/۰۵ متر بر ثانیه با زبری معادل لوتر در زمان ۱۰۰ ثانیه به دست آمد.

### نتیجه‌گیری

در این بررسی معادله‌های حاکم بر پدیده شکست سد با روش عددی اجزاء محدود، و اعمال گسسته‌سازی ریلی ریتز با المان‌های سه، پنج و هفت گره‌ای، حل شده است. در قسمت صحت‌سنجی نمودارهای نتایج مدل عددی اجزاء محدود، با نتایج تحلیلی هماهنگی نزدیکی نشان داد، به طوری که معیار  $RMSE$  برای المان‌های سه، پنج و هفت گره‌ای، کمتر از هشت درصد بود. همچنین شاک پایین‌دست جریان، به صورت عمود بر مسیر شکل گرفته است. بررسی موردی سد ارداک با سه زبری معادل لوتر، پاولوفسکی و هورتون انجام شد. نتایج نشان داد جریان در

## منابع

۱. شرکت مهندسیین آب‌پوی. ۱۳۷۸. گزارش فنی سد ارداک. شرکت آب منطقه‌ای خراسان رضوی. ۳۰۰ ص.
۲. حسینی م. و ابریشمی ج. ۱۳۷۸. هیدرولیک کانال‌های باز. مشهد. دانشگاه امام رضا (ع)، مشهد. ۵۹۲ ص.
3. Khan A. A. 2012. Modeling dam-break flood over natural rivers using Discontinuous Galerkin method. *Journal of Hydrodynamics*. 24(4): 467-478.
4. Ming H. T. and Chia R. C. 2000. The simulation of dam break flows by an improved Predictor corrector TVD scheme. *Advances in Water Resources*. 23(6): 637-643.
5. Mohammed S. and Mofdi El-Amrani. 2006. Lagrange-Galerkin method for unsteady free surface water waves. *Computing and Visualization in Science*. 9(4): 209-228.
6. Reddy J. N. 1993. *An Introduction to the Finite element Method*. Second Edition, Mc Around Hill. 228 p.
7. Sergio F. Patrick R. Youssuff Hussaini M. and David Furbish J. 2004. Numerical Solution of the Dam Break Problem with a Discontinuous Galerkin Method. *Journal of Hydraulic Engineering*. 130(6): 532-539.
8. Shin-Jye L. Tai W. and Hs U. 2009. Least squares finite element method for shallow water equations with source terms. *Acta Mechanica Sinica*. 25(5): 597-610.
9. Tony W. H. She U. and Fang C. C. 2001. High resolution finite element analysis of shallow water equation in two dimensions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190(21): 2581-2601.
10. Venutelli M. 2003. A fractional- step Pade-Galerkin model for dam-break flow simulation. *Applied Mathematics and Computation*. 134(1): 93-107.