

مدل‌سازی دو بعدی جریان ناشی از شکست سد با روش ضمنی شبه‌لاگرانژی

حامد سرورام^{۱*} و ابوالفضل شمسایی^۲

چکیده

در این مقاله مدلی عددی برای شبیه‌سازی جریان ناشی از شکست سد ارایه و معادلات آب‌های کم عمق به روش حجم محدود به شکل ضمنی شبه‌لاگرانژی تقریب زده شده و از روش شبه‌تحلیلی برای تعیین نقطه شروع حرکت ذره استفاده شده است. برای صحت‌سنجی روش پیشنهادی، نتایج به دست آمده از مدل یک بعدی شکست سد با نتایج تحلیلی و نتایج مدل دو بعدی با مدل آزمایشگاهی مقایسه شد. مقایسه نتایج مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد که مدل در اعداد کورانت بالای یک نیز پایدار است. تطابق مناسب نتایج محاسبه شده با داده‌های آزمایشگاهی (مجموع خطاهای به هنجار شده مدل در حدود ۰/۳) نشان داد که تحت اعداد کورانت زیر ۱/۴ حتی در محدوده‌ای که فرضیات معادلات آب‌های کم عمق به طور کامل صادق نیست، نشان از صحت مدل توسعه یافته دارد.

واژه‌های کلیدی: آب‌های کم عمق، شبه‌لاگرانژی، شکست سد، عدد کورانت.

ارجاع: سرورام ح. و شمسایی ا. ۱۳۹۲. مدل‌سازی دو بعدی جریان ناشی از شکست سد با روش ضمنی شبه‌لاگرانژی. مجله پژوهش آب ایران. ۳۰-۲۱: (۱۳)۷

۱- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد زنجان.

۲- استاد، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران.

* نویسنده مسئول: hamed.sarveram@gmail.com

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۵/۱۸

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۵/۲۶

مقدمه

جریان ناشی از شکست سد به واسطه اهمیت عملی و تئوری که دارد پژوهش‌های گسترده‌ای را به خود اختصاص داده است (چانسون، ۲۰۰۹). از نقطه نظر مهندسی کاربردی، پیش‌بینی سیل ناشی از شکست سد نقش مهمی در ارزیابی خسارات ناشی از این سیل خواهد داشت (خیبر و گوتوه، ۲۰۱۰). از این رو پژوهش‌های زیادی برای تعیین ارتفاع و سرعت امواج این پدیده انجام شده است.

در دهه‌های گذشته تلاش‌های گسترده‌ای برای مدل‌سازی عددی مسأله شکست سد انجام شده و روش‌های مختلفی نیز برای مدل‌سازی این پدیده روی بستر صلب به کار رفته است. که می‌توان از مهمترین روش‌ها، استفاده از روش تفاضل مرکزی و الگوریتم مک کورمک، روش‌های جریان بالادستی جهتمند^۱، حل‌کننده‌های تقریبی ریمان، روش‌های تغییرات کلی نزولی^۲ (ویمینگ و وانگ، ۲۰۰۷) روش‌های گودناو^۳ (گونات، ۲۰۰۳) و روش‌های مبتنی بر حرکت ذرات (جستیرا، ۲۰۱۰) نام برد. با این وجود هنوز نیاز به روش‌های دقیق‌تر، با هزینه محاسباتی کمتر برای بررسی این پدیده پیچیده هیدرولیکی احساس می‌شود.

در این پژوهش ترکیبی از روش‌های ضمنی و شبه‌لاگرانژی برای مدل‌سازی عددی شکست سد استفاده شده است، روش شبه‌لاگرانژی که برای اولین بار توسط رابرت (۱۹۸۱) در انجمن هواشناسی معرفی شد، ترکیبی از روش اولری و لاگرانژی است (دوران، ۱۹۹۸؛ استیفورده و کوته، ۱۹۹۱). در واقع ارایه روش شبه‌لاگرانژی تلاشی برای استفاده از نظم شبکه‌بندی روش اولری و پایداری بیشتر روش لاگرانژی است.

با توجه به پایداری بالا، این روش در دینامیک سیالات محاسباتی رواج زیادی یافته است. آن چنان که در حل معادلات ناویراستوکس (اکسیو و کارنیاداکیس، ۲۰۰۱) معادله ژاکوبی همیلتون (فالكونه و فرتی، ۲۰۰۲) مدل‌سازی‌های اقیانوسی (زرکات و استنفرده، ۲۰۰۲) علاوه بر مدل‌های آب و هوایی (تمپرمن و همکاران، ۲۰۰۱) استفاده شده است. برای مرور روش‌های سنتی

شبه‌لاگرانژی و موضوعات مربوط به آن، می‌توان به مقاله استیفورده و کوته (۱۹۹۱) مراجعه کرد.

در مدل پیشنهادی یک روش حجم محدود پایستار^۴ اندازه حرکت و جرم برای پایداری و دقت در نظر گرفته شده است (فلکچر، ۱۹۹۱). از آنجایی که روش حجم محدود در این پژوهش از شکل انتگرالی معادلات پایستار استخراج شده، هم در قسمت‌های نرم و هم در بخش‌های با گرادیان شدید (ناپیوستگی‌های) جریان معتبر است (زاهو و همکاران، ۱۹۹۴). از این رو برای مدل‌سازی جریان ناشی از شکست سد مناسب است.

مواد و روش‌ها

معادلات حاکم

معادلات حاکم در این مدل‌سازی عددی، معادلات آب‌های کم‌عمق متوسط‌گیری شده در عمق بوده، که با فرض هیدروستاتیکی بودن فشار، کوچک بودن عمق نسبت به طول و عرض جریان از معادلات کلی ناویراستوکس به دست می‌آید و شامل دو معادله اندازه حرکت و یک معادله پیوستگی می‌باشد (استریت و همکاران، ۱۹۹۶).

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{n^2 \sqrt{U^2 + V^2}}{H^{4/3}} U \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial V}{\partial x} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - g \frac{n^2 \sqrt{U^2 + V^2}}{H^{4/3}} V \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(HU)}{\partial x} + \frac{\partial(HV)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

که در آن U و V سرعت‌های انتگرال‌گیری شده در عمق جریان در راستای x و y ، n ضریب زبری مانینگ و آن چنان که در شکل ۱ نشان داده شده، $H = h - \eta$ بوده که H عمق کلی جریان، h عمق توسعه نیافته و η ارتفاع سطح آزاد جریان است.

مدل عددی

در این پژوهش از ترکیب حجم محدود با روش ضمنی و شبه‌لاگرانژی برای حل عددی معادلات آب‌های کم عمق استفاده شده است. آن گونه که در شکل ۱ دیده می‌شود از شبکه‌بندی مستطیلی استفاده شده، به گونه‌ای که ارتفاع سطح آزاد (η) در مرکز حجم سلول، عمق کلی جریان و عمق توسعه نیافته (h و H) و مؤلفه‌های سرعت (U و V) در وسط وجوه جانبی سلول تعریف شده‌اند.

1- Upwind flux
2- Total Variation Diminishing (TVD)
3- Godunov

4- Conservative

$$V_{i,j+1/2}^{N+1} = V_{i,j+1/2}^N - \frac{g\Delta t}{\Delta y} (h_{i,j+1}^{N+1} - h_{i,j}^{N+1}) -$$

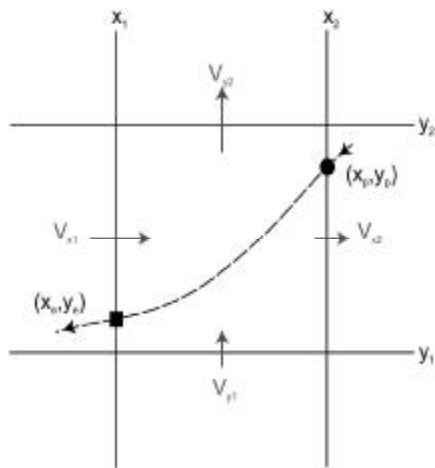
$$g\Delta t \frac{n_{i,j} \left[(U_{i,j+1/2}^N)^2 + (V_{i,j+1/2}^N)^2 \right]^{0.5}}{(H_{i,i+1/2}^N)^{4/3}} V_{i,j+1/2}^{N+1} \quad (6)$$

در معادلات ۵ و ۶ زیرنویس‌های $SL_{bicubic}$ بیان کننده استفاده از میان‌یابی دو سویه درجه سه^۱ شبکه‌بندی اولری، برای تعیین مقادیر سرعت در نقاط شروع حرکت ذره، است.

دنبال کردن خط سیر ذره

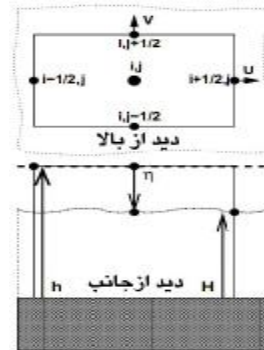
در این مدل روش شبه تحلیلی برای دنبال کردن خط سیر ذره سیال برای تعیین نقطه شروع حرکت ذره ارائه شده است. این روش که توسط پولوسک بیان شده، تعدادی گام زمانی جزئی را برای دنبال کردن خط سیر ذره از موقعیت اولیه ذره در مرکز وجه حجم سلول به کار می‌برد (مارتین و گورلیسک، ۲۰۰۵).

در این روش فرض بر این است که هر مؤلفه بردار سرعت به طور خطی در ناحیه محاسباتی تغییر می‌کند. با وجود اینکه روش شبه‌تحلیلی برای ردیابی رو به جلو ذره سیال ارائه شده، اما می‌توان به آسانی از آن برای ردیابی رو به عقب برای تعیین موقعیت ذره در ابتدای هر گام زمانی استفاده کرد (مارتین و گورلیسک، ۲۰۰۵). معادله ۸ موقعیت هر ذره را درون یک فضای مستطیلی مطابق شکل ۲ محاسبه می‌کنند.



شکل ۲- شکل شماتیک روش شبه تحلیلی ردیابی خط سیر ذره سیال

نقطه خروجی، (x_e, y_e) ، یک ذره انتقالی با یافتن زمان پیمایش، t_e ، به دست می‌آید. برای یافتن زمان پیمایش



شکل ۱- جانمایی حجم کنترل و معرفی شماتیک مؤلفه‌های جریان و محل قرارگیری آن‌ها در حجم کنترل

ترکیب حل ضمنی سطح آزاد جریان و گسسته‌سازی شبه‌لاگرانژی باعث افزایش پایداری حل شده است. در این مدل ارتفاع سطح آزاد جریان در معادلات اندازه حرکت (معادلات ۱ و ۲) و دیورژانس سرعت در معادله پیوستگی (معادله ۳) به صورت ضمنی عمل می‌کنند. در حالی که ترم‌های جابجایی در معادلات اندازه حرکت به صورت صریح گسسته‌سازی می‌شوند. پژوهش‌ها نشان می‌دهد، هنگامی که در مدل‌سازی سطح آزاد جریان، ترم‌های جابجایی به صورت صریح و با روش شبه‌لاگرانژی گسسته‌سازی شوند؛ محدودیت عدد کورانت برای برقراری پایداری در طول گام‌های زمانی کمتر می‌شود (کاسولی و کتانی، ۱۹۹۴).

گسسته‌سازی ضمنی، شبه لاگرانژی

با توجه به مستطیل بودن سلول‌های شبکه‌بندی، معادله ۳ به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود. زیرنویس‌های i و j بیان کننده موقعیت مکانی، N و $N+1$ بیان کننده سطوح زمانی، Δx و Δy گام مکانی در راستای x و y و Δt گام زمانی می‌باشد.

$$h_{i,j}^{N+1} = h_{i,j}^N - \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1/2,j}^N U_{i+1/2,j}^{N+1} - H_{i-1/2,j}^N U_{i-1/2,j}^{N+1})$$

$$- \frac{\Delta t}{\Delta y} (H_{i,j+1/2}^N V_{i,j+1/2}^{N+1} - H_{i,j-1/2}^N V_{i,j-1/2}^{N+1}) \quad (4)$$

با توجه به بردارهای سرعت که در وجه حجم سلول تعریف شده است. گسسته‌سازی معادلات اندازه حرکت به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$U_{i+1/2,j}^{N+1} = U_{i+1/2,j}^N - \frac{g\Delta t}{\Delta x} (h_{i+1,j}^{N+1} - h_{i,j}^{N+1}) -$$

$$g\Delta t \frac{n_{i,j} \left[(U_{i+1/2,j}^N)^2 + (V_{i+1/2,j}^N)^2 \right]^{0.5}}{(H_{i+1/2,i}^N)^{4/3}} U_{i+1/2,j}^{N+1} \quad (5)$$

گرفته شده؛ عمق کل آب (H) در سرتاسر ناحیه محاسباتی با معادلات ۱۲ و ۱۳ در هر گام زمانی جدید به دست می‌آید. در واقع با استفاده از این روش مرز خشک و تر به طور خودکار محاسبه می‌شود.

$$H_{i+1/2,j}^{N+1} = \max(0, h_{i+1/2,j}^{N+1} - H_{i,j}^{N+1}, h_{i+1/2,j}^{N+1} - H_{i+1,j}^{N+1}) \quad (12)$$

$$H_{i,j+1/2}^{N+1} = \max(0, h_{i,j+1/2}^{N+1} - H_{i,j}^{N+1}, h_{i,j+1/2}^{N+1} - H_{i,j+1}^{N+1}) \quad (13)$$

در این پژوهش شرایط مرزی تشعشی^۲ در مرزهای باز اعمال شده است. شرایط مرزی تشعشی موجود، معادله ۱۴، به ارتفاع آزاد جریان، η ، اعمال می‌شود. نحوه عملکرد روش، محاسبه سرعت انتشار، C، از نقاطی از شبکه که مرز را احاطه کرده‌اند با استفاده از تفاضل محدود پرش قورباغه^۳ که در معادله ۱۵ ارایه شده، است (آرلانسکی، ۱۹۷۶). زیرنویس Bnd موقعیت مرز را نشان می‌دهد. سرعت انتشار، C، با یک الگوی تفاضل محدود پرش قورباغه برای ارتفاع سطح آزاد برای محاسبه ارتفاع سطح آزاد در مرز به کار می‌رود. معادله ۱۶ ارتفاع سطح آزاد در گام زمانی جدید، $N+1$ ، را نشان می‌دهد.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad (14)$$

$$C = \frac{[h_{Bnd-1/2,j}^N - h_{Bnd-1/2,j}^{N-2}]}{[h_{Bnd-1/2,j}^N + h_{Bnd-1/2,j}^{N-2} - h_{Bnd-3/2,j}^{N-1}]} \frac{\Delta x}{2\Delta t} \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{Bnd,j}^{N+1} = \frac{[1 - (\Delta t / \Delta x) C]}{[1 + (\Delta t / \Delta x) C]} h_{Bnd,j}^{N-1} + \\ \frac{2(\Delta t / \Delta x) C}{[1 + (\Delta t / \Delta x) C]} h_{Bnd-1/2,j}^{N-1} \quad 0 \leq C < \Delta x / \Delta t \\ h_{Bnd,j}^{N+1} = h_{Bnd-1/2,j}^N \quad C \geq \Delta x / \Delta t \end{array} \right. \quad (16)$$

نتایج و بحث

صحت‌سنجی مدل عددی

برای صحت‌سنجی، نتایج مدل عددی با نتایج عددی و آزمایشگاهی سایر پژوهشگران مقایسه می‌شود.

شکست ایده‌ال

قبل از هر چیز نتایج مدل ارایه شده با نتایج تحلیلی شکست سد ایده‌ال در یک کانال مستطیلی بدون شیب و اصطکاک به طول ۱۰۰ متر مقایسه می‌شود. در این حالت سد در وسط کانال قرار گرفته و به عنوان شرایط اولیه، عمق آب در بالادست و پایین‌دست سد به ترتیب ۱ و ۰/۰۲ متر بوده و سرعت جریان در کل ناحیه محاسباتی صفر است. شکل ۳ منحنی عمق جریان (h) و

در معادله ۱۰ نیاز به نقطه ورود به سلول محاسباتی، (x_e, y_e) ، مؤلفه‌های سرعت نقطه ورودی در راستای x و y، معادله ۸، و گرادیان سرعت در سراسر سلول محاسباتی در راستای x و y، معادله ۹، است. زمان پیمایش، t_e ، برای هر ذره، p ، و هر کدام از حجم‌های، k ، که ذره از آن عبور می‌کند؛ به دست می‌آید. یک ذره در ابتدا در مرکز وجه سلول قرار دارد. $p = 1, \dots, P$ و P کل تعداد ذرات مفروض می‌باشد. تعداد حجم‌های پیموده شده، K ، نیز با داشتن میدان سرعت و گام زمانی، Δt ، که با معادله ۱۱ به دست می‌آید، حاصل می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} x_e = x_2 - \frac{1}{A_x} \left[U_{x2}^N - \frac{U_{xp}^N}{\exp(A_x t_e)} \right] \\ y_e = y_2 - \frac{1}{A_y} \left[V_{y2}^N - \frac{V_{yp}^N}{\exp(A_y t_e)} \right] \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} U_{xp}^N = U_{x2}^N - A_x (x_2 - x_p) \\ V_{yp}^N = V_{y2}^N - A_y (y_2 - y_p) \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$A_y = \frac{V_{y2}^N - V_{y1}^N}{\Delta y} \quad (9)$$

$$A_x = \frac{U_{x2}^N - U_{x1}^N}{\Delta x}$$

$$t_{e_{k,p}} = \min \left(\frac{1}{A_x} \ln \left[\frac{U_{xp}^N}{U_{x1}^N} \right], \frac{1}{A_y} \ln \left[\frac{V_{yp}^N}{V_{y1}^N} \right], \Delta t - \sum t_{e_{k,p}} \right) \quad (10)$$

$$\Delta t = \sum_{k=1}^K t_{e_{k,p}} \quad (11)$$

روش حل و شرایط مرزی

معادله ۴ دارای سه مجهول U^{N+1} ، V^{N+1} و η^{N+1} است. از این‌رو با جای‌گذاری U^{N+1} و V^{N+1} به ترتیب از معادله ۵ و ۶ در معادله ۴ تنها مجهول باقی‌مانده η^{N+1} خواهد بود. با مرتب کردن مجهولات، پارامترهای با بالانویس $N+1$ ، در طرف چپ معادله و معلومات، پارامترهای با بالانویس N ، در طرف راست، سیستم معادلاتی برای ارتفاع سطح آزاد به دست می‌آید که پنج قطری بوده و با روش گرادیان توأم پیش شرطی شده^۱ قابل حل می‌باشد. برای اطلاع از جزئیات روش گرادیان توأم پیش شرطی شده می‌توان به کتاب برت و همکاران (۱۹۹۴) مراجعه کرد.

یکی از مزایای روش ارایه شده در این پژوهش رفتار مناسب مرز تر و خشک در شبکه‌بندی اولری می‌باشد. با توجه به جانمایی که برای h ، η و H در شکل ۱ در نظر

2- Radiation

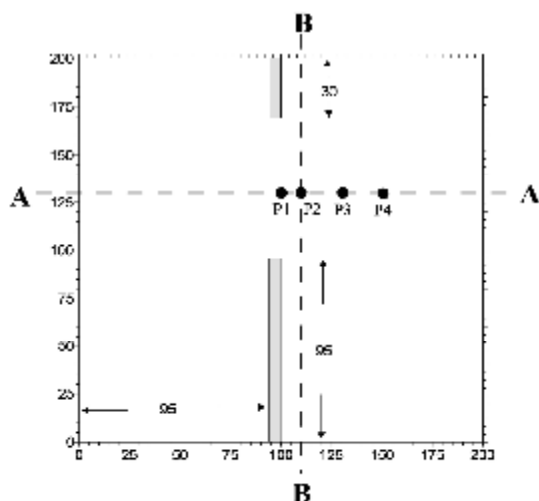
3- Leap-frog

1- Preconditioned conjugate gradient

مسطح و تأثیر اصطکاک بر حرکت جریان ناچیز فرض شده است.

برای صحت‌سنجی نتایج به دست آمده از مدل پیشنهادی در این پژوهش، از نتایج مدل دو بعدی بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰) استفاده شده است. برای هماهنگی با مدل عددی مورد مقایسه، ابعاد سلول‌های محاسباتی را 5×5 متر و گام زمانی 0.02 ثانیه در نظر گرفته شده است.

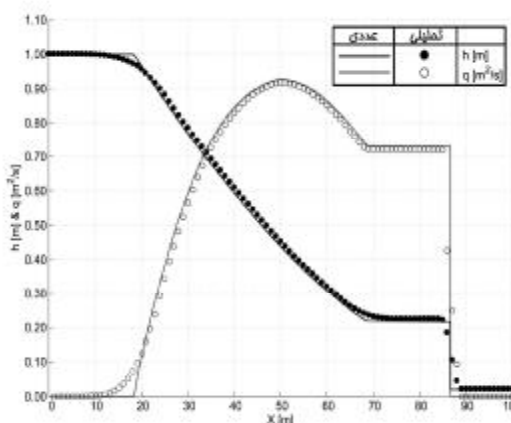
برای بررسی بیشتر، مطابق با آزمایش‌های عددی بیسکارینی و همکاران، عمق جریان طبق شکل ۴ در نقاط، P1، P2، P3 و P4 در فاصله زمانی ۱۵ ثانیه پس از شکست سد اندازه‌گیری شده است (شکل ۵). دیده می‌شود که نتایج مدل پیشنهادی و مدل بیسکارینی و همکاران تطابق مناسبی دارد.



شکل 4- طرح شماتیک ناحیه‌ی محاسباتی شکست جزئی سد روی بستر صاف و بدون شیب

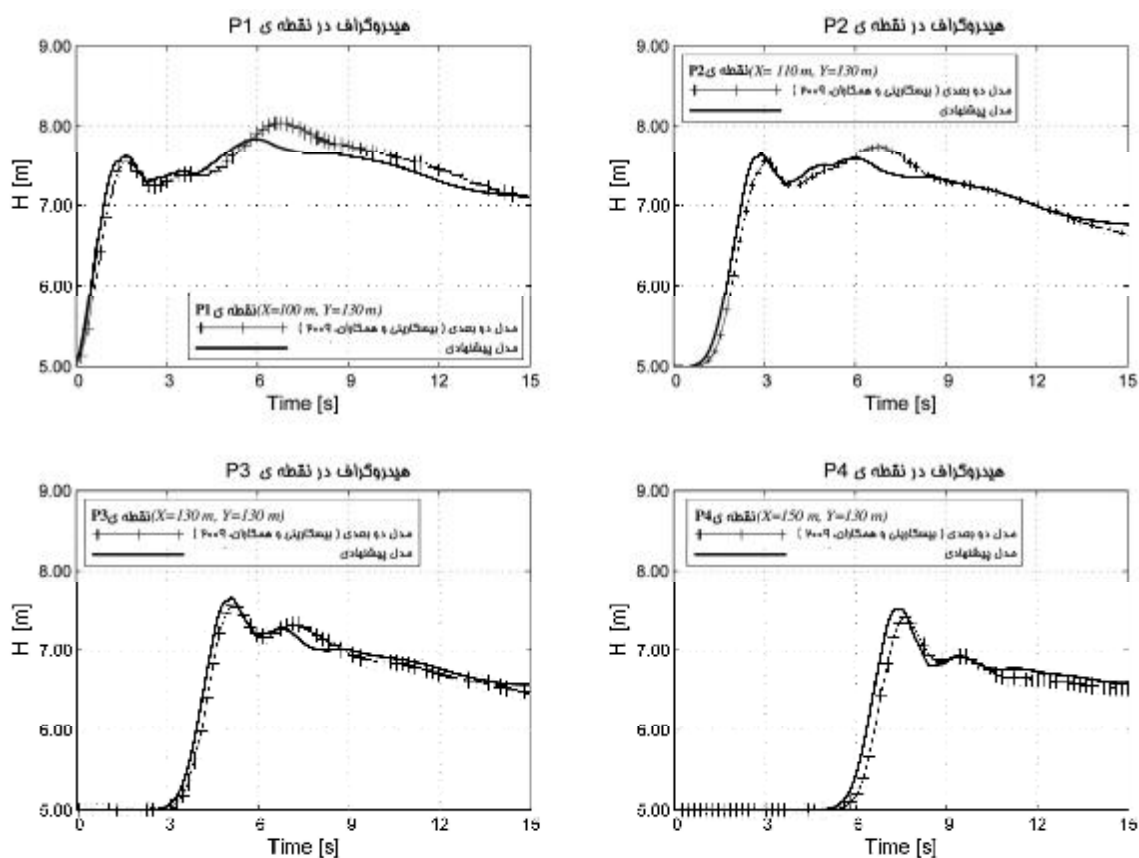
دبی در واحد عرض (q) در طول کانال، 10 ثانیه پس از شکست سد را نشان می‌دهد.

در این شبیه‌سازی گام مکانی $\Delta x = 1$ m و گام زمانی $\Delta t = 0.01$ در نظر گرفته شده است. از منحنی‌های شکل ۳ به وضوح می‌توان دید که نتایج به دست آمده از مدل عددی، سرعت و ارتفاع موج شوک ناشی از شکست سد را منطبق با نتایج تحلیلی استوکر (۱۹۵۷) به خوبی شبیه‌سازی کرده است.



شکل 3- نتایج تحلیلی و عددی منحنی عمق جریان و دبی در واحد عرض 10 ثانیه پس از شکست سد

شکست جزئی نامتقارن روی بستر صاف و بدون شیب در این آزمایش، ناحیه محاسباتی مسطح با ابعاد 200×200 متر بوده که سد در وسط آن قرار دارد. عمق آب در بالادست و پایین‌دست سد در شروع شبیه‌سازی به ترتیب 10 متر و 5 متر می‌باشد. جریان غیردایم مورد مطالعه در این بخش، از شکست آنی غیرمتقارن 75 متر از طول سد مطابق شکل ۴ به وجود آمده است. کف

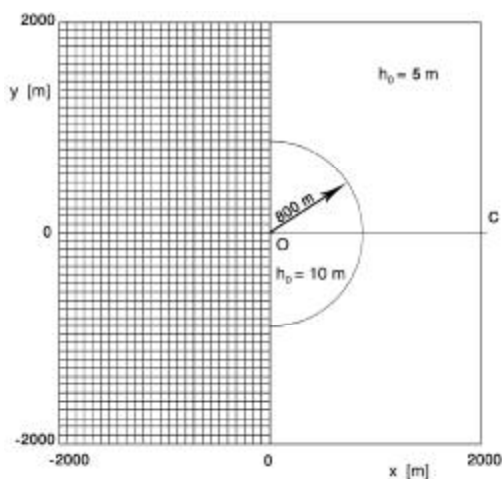


شکل 5- عمق جریان در 4 نقطه P1, P2, P3 و P4 در فاصله‌ی زمانی 15 ثانیه پس از شکست سد

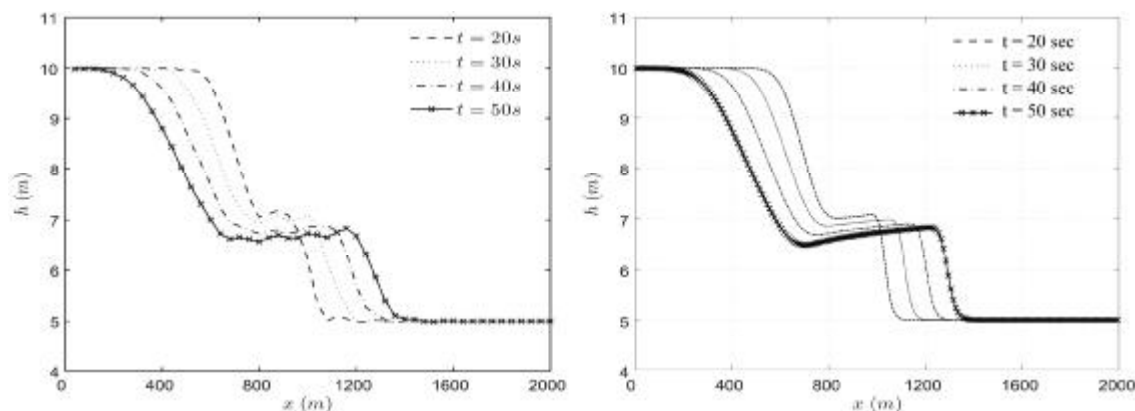
شکست ستون استوانه‌ای

در این بخش امواج شکست یک ستون آب استوانه‌ای در بستری بدون شیب و اصطکاک بررسی می‌شود. سلول‌های محاسباتی 10×10 متر به منظور پوشش ناحیه محاسباتی در نظر گرفته شده است. عمق اولیه آب در ناحیه محاسباتی مطابق شکل 6 بوده و سرعت جریان در کل ناحیه محاسباتی صفر است.

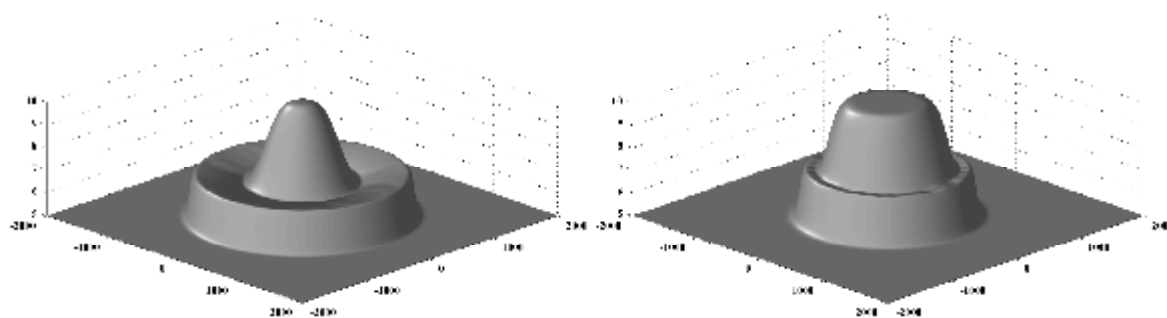
شکل 7 پروفیل سطح آب در راستای OC را در 20، 30، 40 و 50 ثانیه پس از شکست سد و شکل 8 پروفیل سه بعدی سطح جریان مدل پیشنهادی، 20 و 50 ثانیه پس از شکست را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این دو شکل دیده می‌شود سرعت و ارتفاع موج تخمینی با دو مدل تطابق مناسبی داشته و به عنوان برتری مدل پیشنهادی، نوسانات مصنوعی که در نتایج مدل شبکه بولتزمن به وضوح قابل مشاهده است در نتایج مدل پیشنهادی دیده نمی‌شود.



شکل 6- طرح شماتیک ناحیه محاسباتی و شرایط اولیه برای شبیه‌سازی شکست ستون استوانه‌ای

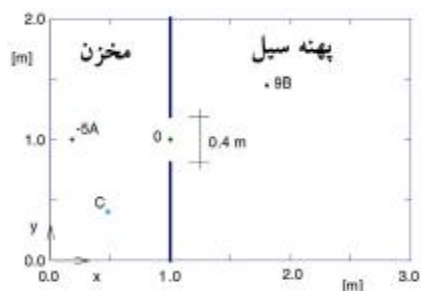


شکل 7- پروفیل سطح آب در راستای OC به دست آمده از مدل شبکه بولتزنم لیو و همکاران (چپ) و مدل پیشنهادی (راست)، 20، 30، 40 و 50 ثانیه پس از شکست سد



شکل 8- پروفیل سه بعدی سطح جریان به دست آمده از مدل پیشنهادی 20 (راست) و 50 (چپ) ثانیه پس از شکست سد

مخزن ۰/۶۴ متر و منطقه پهنه سیل خشک است. سرعت اولیه در هر دو حالت در کل ناحیه محاسباتی صفر است.



شکل 9- طرح شماتیک کانال آزمایشگاهی و نقاط اندازه گیری عمق جریان

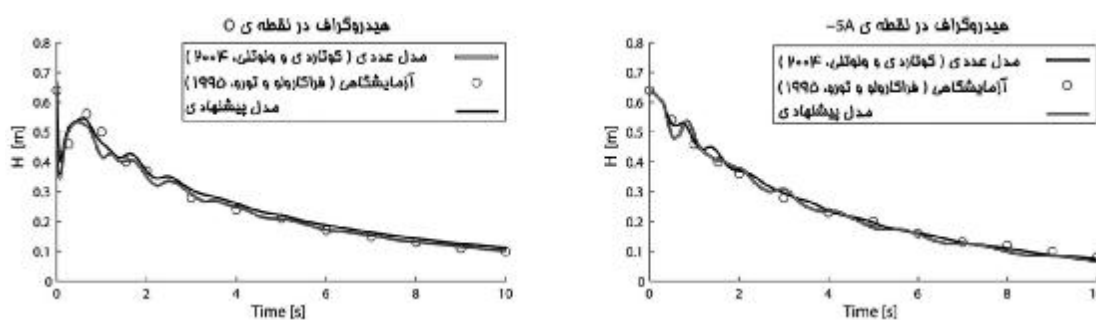
در نتایج عددی نشان داده شده در شکل های ۱۰ و ۱۱ ابعاد سلول های محاسباتی را 0.02×0.02 متر و گام زمانی $\Delta t = 0.01$ s در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده جز در نقطه O و 9B که اختلاف ناچیزی در زمان های ابتدایی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی

شکست جزئی متقارن

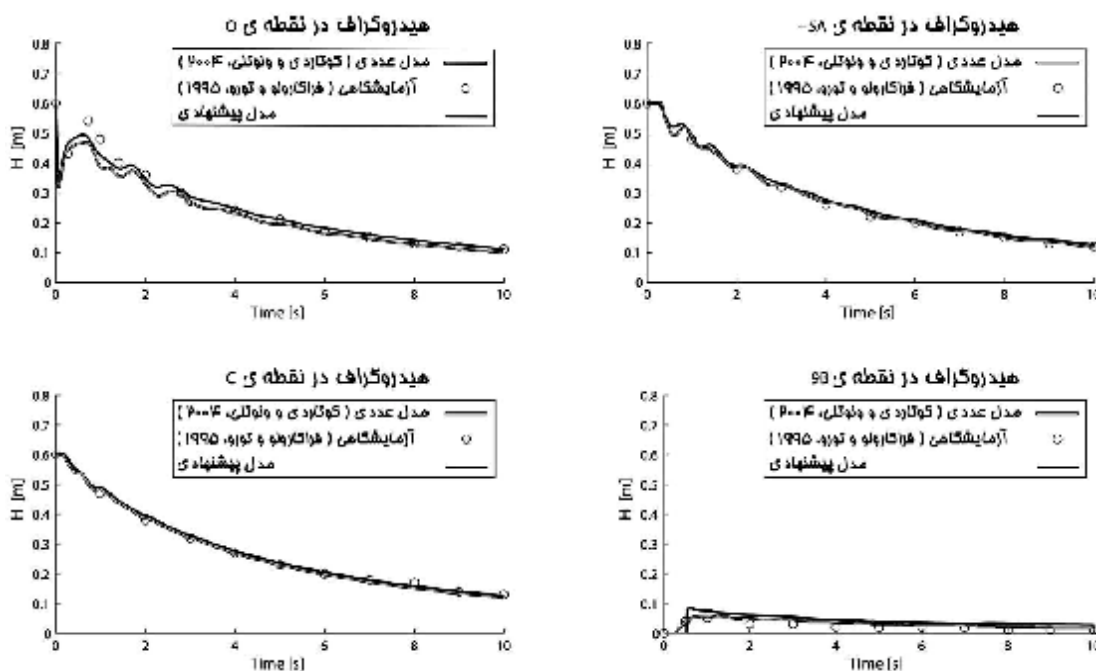
آن چنان که در شکل ۹ نشان داده شده است، مطابق مدل آزمایشگاهی فراکارولو و تورو (۱۹۹۵)، یک کانال با طول ۳ و عرض ۲ متر در نظر گرفته شده که ۱ متر از طول این کانال، مخزن و ۲ متر دیگر به عنوان منطقه پهنه سیل لحاظ شده است. مخزن و پهنه سیل با یک دریچه کشویی در وسط کانال به عرض ۰/۴ متر از هم جدا شده و به منظور شبیه سازی مسأله شکست سد دریچه کشویی یکباره باز شده و عمق جریان به مدت ۱۰ ثانیه در نقاط O به مختصات (۱،۱)، -5A به مختصات (۰/۱،۱۸)، C به مختصات (۰/۱،۴۸/۴) و 9B به مختصات (۱/۱،۸۰۲/۴۵) اندازه گیری شده است. این اندازه گیری ها در دو حالت انجام شده است؛ در حالت اول بستر کانال به صورت مسطح لحاظ شده، یعنی شیب کف در جهت x و y صفر ($S_{0x} = S_{0y} = 0$) می باشد و عمق اولیه آب در مخزن ۰/۶ متر و منطقه پهنه سیل خشک است. در حالت دوم شیب طولی کانال $S_{0x} = 0.07$ در نظر گرفته شده و عمق اولیه آب در

ارایه شده نبوده بلکه به دلیل استفاده از معادلات آبهای کم عمق بوده که از جریانات عمقی صرف نظر کرده و فشار را هیدروستاتیکی لحاظ می کند؛ این در حالی است که به خصوص در زمان های ابتدایی شکست سد این فرضیات صادق نمی باشد.

مشاهده می شود؛ در بقیه نقاط نتایج مدل پیشنهادی در تطابق کامل با نتایج آزمایشگاهی فراکارولو و تورو و نتایج عددی گوتاردی و ونوتلی (۲۰۰۴) می باشد. به عقیده گوتاردی و ونوتلی اختلاف موجود بین نتایج آزمایشگاهی و عددی در نقطه O ناشی از مدل عددی



شکل 10- نتایج مدل پیشنهادی، مدل عددی گوتاردی و ونوتلی (2004) و مدل آزمایشگاهی فراکارولو و تورو (1995) در 2 نقطه اندازه گیری O، 5A- در حالت بستر شیبدار ($S_{0x} = 0, S_{0y} = 0.07$)



شکل 11- نتایج مدل پیشنهادی، مدل عددی گوتاردی و ونوتلی (2004) و مدل آزمایشگاهی فراکارولو و تورو (1995) در 4 نقطه اندازه گیری O، 5A-، C و 9B در حالت بستر بدون شیب ($S_{0x} = S_{0y} = 0$)

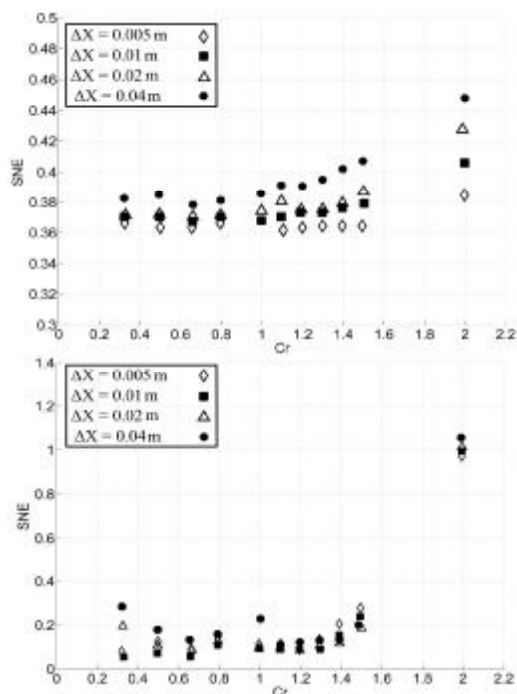
که x_f و x_v به ترتیب مقادیر عمق جریان به دست آمده از مدل عددی و آزمایشگاهی و M تعداد اندازه گیری ها در طول زمان آزمایش برای هر کدام از نقاط است. برای جمع بندی از تمام نقاط اندازه گیری از شاخص مجموع خطاهای به هنجار شده (SNE) استفاده شده است.

برای مقایسه آماری بین نتایج مدل عددی و آزمایشگاهی از شاخص جزر میانگین مربعات خطا (RMSE)¹ استفاده شده است که به صورت زیر تعریف می شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_f - x_v)^2} \quad (17)$$

2- Sum of Normalized Errors (RNE)

1- Root Mean Square Error (RMSE)



شکل 12- مجموع خطاهای به هنجار شده (SNE) در نقاط C و 5A- (پایین) و نقاط O و 9B (بالا)

نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از ترکیب حجم محدود و روش ضمنی- شبه‌لاگرانژی مدل عددی برای حل معادلات دو بعدی آب‌های کم عمق برای شبیه‌سازی شکست سد ارایه شد. به منظور صحت‌سنجی یک بعدی مدل نتایج مدل در حالت ایده‌آل با نتایج تحلیلی موجود مقایسه شد که از تطابق بسیار مناسبی برخوردار بود. در حالت دو بعدی نیز نتایج مدل پیشنهادی در چندین حالت با نتایج عددی و آزمایشگاهی سایر پژوهشگران مقایسه شد که نشان از دقت بالای مدل پیشنهادی داشت.

همچنین مدل پیشنهادی پایداری و راندمان بالای داشته به گونه‌ای که در اعداد کورانت بالای یک نیز همگرا می‌باشد. این موضوع باعث می‌شود در انتخاب گام‌های زمانی و مکانی محدودیت زیادی وجود نداشته و انتخاب گام‌های زمانی و مکانی بر اساس دقت نتایج مدل انجام شود. از مزایای دیگر مدل تعیین خودکار مرز تر و خشک بوده، از این‌رو نیازی به اعمال شرایط مرزی بسته (مرز صلب) در ناحیه محاسباتی نیست؛ که این موضوع هزینه محاسباتی را کاهش می‌دهد.

$$SNE = \sum_{k=1}^S \left(\frac{RMSE_k}{\max H_k} \right) \quad (18)$$

که $\max H_k$ بیشترین عمق جریان اندازه‌گیری شده در هر گام از نقاط اندازه‌گیری است.

برای بررسی حساسیت مدل به گام‌های زمانی و مکانی، مدل در ۴ ابعاد سلول محاسباتی 0.04×0.04 ، 0.04×0.02 ، 0.02×0.02 ، 0.02×0.01 و 0.01×0.01 متر اجرا شد و گام‌های زمانی به گونه‌ای انتخاب شد که اعداد کورانت بین 0.3 تا 2 قرار گیرند. در این پژوهش از Cr به عنوان ملاک عدد کورانت (CFL) استفاده شده است. زیرا پیش‌بینی می‌شود اختلاف ارتفاع جریان و سرعت امواج ایجاد شده در اثر برداشت سد (دریچه) سرعت ناحیه مدل‌سازی را فراهم می‌کند.

$$Cr = \sqrt{gH} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \sqrt{9.81 \times 0.6} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (19)$$

همان‌گونه در شکل ۱۲ دیده می‌شود، مدل در اعداد کورانت بالای یک پایدار بوده که این نشان از پایداری بالای مدل پیشنهادی است. از سوی دیگر هر چه گام‌های مکانی (Δx) بزرگتر می‌شوند، خطای مدل نیز افزایش می‌یابد. همان‌گونه که پیشتر گفته شده و در شکل ۱۲ دیده می‌شود خطای مدل در نقاط O و 9B از C و 5A- بیشتر است زیرا سرعت عمودی که در انتقال جریان از حالت زیربحرانی به فوق‌بحرانی وجود دارد در مدل متوسط‌گیری شده در عمق این پژوهش لحاظ نشده است. همچنین می‌توان دید تا حدود عدد کورانت $1/4$ مدل در هر چهار نقطه اندازه‌گیری دقت تقریباً یکسانی داشته اما در مقادیر بیشتر عدد کورانت، خطای مدل افزایش می‌یابد.

منابع

13. Liu H. Zhou J. G. and Burrows R. 2010. Lattice Boltzmann simulations of the transient shallow water flows. *Advances in Water Resources*. 33(4):387-396.
14. Martin N. and Gorelick M. 2005. A MATLAB surface fluid flow model for rivers and streams. *Computers Geosciences*. 31(7):921-94.
15. Martin N. and Gorelick M. 2005. Semi-analytical method for departure point determination. *Numerical Methods in Fluids*. 47(2):121-137.
16. Orlanski I. 1976. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *Computational Physics*. 21(3):251-269.
17. Robert A. 1981. A Semi-Lagrangian, semi-implicit numerical integration scheme for primitive meteorological equation. *Atmospheric-Oceans*. 19(1):35-46.
18. Staiforth A. and Cote J. 1991. Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models-a review. *Monthly Weather Review*. 119(9): 2206-2223.
19. Stoker J. J. 1957. *Water waves*. Interscience Publishers, New York.
20. Street L. Watters Z. and Vennard K. 1996. *Elementary Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, New York, 7th edition.
21. Temperman C. Hortal M. and Simmons A. 2001. A two-time-level semi-Lagrangian global spectral model. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 127(573):111-127.
22. Weiming W. and Wang S. 2007. One-Dimensional Modeling of Dam-Break Flow over Movable Beds. *Hydraulic Engineering*. 133(1):48-58.
23. Xiu D. Karniadakis G. 2001. A semi-Lagrangian high-order method for Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.* 172 (2): 658-684.
24. Zerroukat M. Wood N. and Staniforth A. 2002. A semi-Lagrangian inherently conserving and efficient scheme for transport problems. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 128(586):2801-2820.
25. Zhao D. H. Shen H. W. Tabios III G. Q. Lai J. S. and Tan W. Y. 1994. Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins. *Journal of Hydraulic Engineering* 120(7):863-883.
1. Barrett R. M. and Berry T. F. 1994. *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*, SIAM, Philadelphia.
2. Biscarini C. Di Francesco S. and Manciola P. 2010. CFD modelling approach for dam break flow studies. *Hydrology and Earth System Sciences*. 14(4):705-718.
3. Casulli V. and Cattani E. 1994. Stability, accuracy and efficiency of a semi-implicit method for three-dimensional shallow water flow. *Computers and Mathematics with Applications*. 27 (4):99-112.
4. Chanson H. 2009. Application of the method of characteristics to the dam break wave problem. *Journal of Hydraulic Research*. 47(1):41-49.
5. Durrant D. R. 1998. *Numerical method for wave equations for geophysical fluid mechanics*. Springer. Berlin Heidelberg New York.
6. Falcone M. and Ferretti R. 2002. Semi-Lagrangian schemes for Hamilton-Jacobi equations, discrete representation formulae and Godunov methods. *Journal Comput. Phys.* 175:559-575.
7. Fletcher C. A. J. 1991. *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. Vol I. Springer. New York. 401 p.
8. Fraccarollo L. Toro E. F. 1995. Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems. *Journal of Hydraulic Research*. 33:843-64.
9. Gesteira M. G. Rogers B. D. Dalrymple R. A. and CRESPO J. C. 2010. State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*. 48 (1):6-27.
10. Gottardi G. and Venutelli M. 2004. Central scheme for two-dimensional dam-break flow simulation. *Advances in Water Resources*. 27(3):259-268.
11. Guinot V. 2003. *Godunov-type schemes: an introduction for engineers*. First edition, Elsevier.
12. Khayyer A. and Gotoh G. 2010. On particle-based simulation of a dam break over a wet bed. *Journal of Hydraulic Research*. 48(2):238-249.