

کاربرد توابع مفصل در مدل‌سازی دما و بارش سالانه استان خوزستان

فرشاد احمدی^{*۱}

چکیده

استفاده از توزیع‌های تک‌متغیره در تحلیل فراوانی پارامترهای هیدرولوژیک، بدون توجه به ساختار وابستگی آن‌ها به صورت یک شیوه استاندارد درآمده و تحلیل‌های چندمتغیره کمتر می‌شود. در این مطالعه از توابع مفصل برای مدل‌سازی ساختار وابستگی بارش و دمای سالانه استان خوزستان در دوره آماری ۱۹۸۸ تا ۲۰۱۸ استفاده شد. بدین منظور شش ایستگاه سینوپتیک دزفول، اهواز، رامهرمز، ماهشهر، آبادان و مسجد سلیمان به دلیل دارا بودن آمار کافی انتخاب شدند. سپس نه تابع توزیع تک-متغیره به داده‌های دما و بارش برازش داده شد. پس از انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای مناسب، در مرحله بعد چهار تابع مفصل مختلف شامل علی-میخائیل-حق، کلایتون، فرانک، و فارلی-گامبل-مورگنسترن برای تحلیل چندمتغیره بارش و دمای ایستگاه‌های مورد مطالعه به کار گرفته شد. مهم‌ترین قسمت در کاربرد توابع چندمتغیره، تعیین پارامتر وابستگی تابع مفصل است که در این مطالعه از الگوریتم نهنگ کوهاندار استفاده شد. نتایج نشان داد که برای پارامترهای بارش و دمای ایستگاه‌های آبادان، دزفول، ماهشهر و مسجد سلیمان، تابع مفصل کلایتون و برای سایر ایستگاه‌ها تابع فرانک بهترین عملکرد را داشته و دلیل این امر نیز عدم وجود محدوده خاص سطح وابستگی برای این مفصل‌ها در فرآیند مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیک بود.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم نهنگ کوهاندار، تابع مفصل، توزیع حاشیه‌ای، توزیع توأم، ساختار وابستگی.

ارجاع: احمدی ف. ۱۳۹۹. کاربرد توابع مفصل در مدل‌سازی دما و بارش سالانه استان خوزستان. مجله پژوهش آب ایران. ۳۸: ۱۴۵-۱۵۶.

۱- استادیار گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده مهندسی آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز.

* نویسنده مسئول: F.ahmadi@scu.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۱۸

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۱۷

مقدمه

تغییرات دما تأثیر بسیار قدرتمندی بر اکوسیستم‌ها دارد و توسعه اقتصادی، اجتماعی و کشاورزی را با مشکلات متعددی مواجه می‌کند. با توجه به گزارش‌های هیأت بین‌الدول تغییر اقلیم^۱ (IPCC) در قرن بیستم، دمای زمین حدود ۰/۴ تا ۰/۸ درجه سلسیوس افزایش یافته و بر اساس پیش‌بینی‌های انجام شده با شش سناریوی مختلف، ممکن است این مقدار به ۱/۸ تا ۴ درجه سلسیوس در انتهای قرن بیست و یکم برسد. با وجود عدم قطعیت در پیش‌بینی‌های اقلیمی، افزایش دمای ناشی از فعالیت‌های انسانی حتمی است و این امر می‌تواند تغییرات ناگهانی و غیرقابل بازگشتی را در چرخه جهانی آب داشته باشد (هونگ و همکاران، ۲۰۰۹).

تغییرات دمایی بر پارامتر بارش تأثیرگذار و در مطالعات متعددی همچون احمدی و همکاران (۲۰۱۸) و خلیلی و همکاران (۲۰۱۶) این امر مورد تأیید قرار گرفته است. بنابراین مستقل فرض کردن این متغیرها می‌تواند صحت نتایج نهایی مدل‌سازی را با تردید مواجه کند و نیاز است تا به صورت توأم ارزیابی و بررسی شوند. دانستن ارتباط بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای مختلف برای درک قوانین حاکم بر این وابستگی‌ها می‌تواند در شناخت وقایع هیدرولوژیکی مشاهده شده بسیار مؤثر واقع شود (بهره‌مند و همکاران، ۱۳۹۴). بنابراین برای افزایش اطمینان به نتایج تحلیل‌ها، باید از رویکردهای آماری چندمتغیره استفاده کرد. روش سنتی انجام تحلیل‌های چندمتغیره، استفاده از توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک است. در استفاده از این توابع، مشخص بودن توزیع‌های حاشیه‌ای و یکسان بودن نوع آن‌ها الزامی، بنابراین استفاده از این روش‌ها با محدودیت‌های جدی مواجه است. روش مناسب‌تر برای تحلیل‌های چندمتغیره که توانسته است محدودیت‌های توابع چندمتغیره کلاسیک را برطرف کند، استفاده از روش تابع مفصل^۲ می‌باشد. روش مفصل، محدودیت‌های ذکر شده برای توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک را ندارد و با پیوند دادن توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره، می‌تواند توابع توزیع چندمتغیره را ایجاد کند. همچنین با استفاده از مفصل‌ها می‌توان ساختار وابستگی موجود در بین متغیرهای هیدرولوژیکی را به شکل

دقیق‌تری توصیف کرد (سالوادوری و دی میکله، ۲۰۰۷). توابع مفصل در مطالعات هیدرولوژی را اولین بار دی میکله و سالوادوری (۲۰۰۳) برای تحلیل فراوانی باران به کار بردند و اکنون به صورت بسیار گسترده برای مدل‌سازی چندمتغیره فرآیندهای مختلف، مورد استفاده پژوهشگران قرار می‌گیرد که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

اسچولزل و فردریچ (۲۰۰۸) یک مدل ساده بر مبنای توابع مفصل را برای بررسی رابطه بارش و سرعت باد در مقیاس روزانه توسعه دادند. بدین‌منظور ایشان از توابع مختلفی همچون مفصل‌های ارشمیدسی، نیمه‌بیضوی و نرمال استفاده و توابع مفصل را به‌عنوان ابزاری کاربردی و مفید در مطالعات اقلیم‌شناسی معرفی کردند. بورونر و همکاران (۲۰۱۸) از مفصل‌ها برای مدل‌سازی دو متغیره دبی پیک و حجم سیلاب متناظر استفاده نمودند. نتایج نشان داد که توابع مفصل از توانایی خوبی در تحلیل‌های دو متغیره برخوردار هستند و بیان داشتند استفاده از سایر مشخصات هیدروگراف سیلاب نظیر مدت زمان رسیدن به دبی پیک می‌تواند دقت برآوردها را به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش دهد. کیم و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از توابع مفصل به ارزیابی چند متغیره خطرهای خشکسالی در کشور کره جنوبی پرداختند. ایشان گزارش دادند که تابع مفصل کلاپتون در تحلیل دو متغیره شدت و مدت خشکسالی بهترین عملکرد را دارد و دوره بازگشت‌های شرطی را در دو حالت "یا" و "و" محاسبه کردند. لی و همکاران (۲۰۱۹) توابع مفصل گامبل- هوگارد، فرانک و کلاپتون را برای مدل‌سازی شدت و حجم بارش‌های ماکزیمم سالانه به کار برده و احتمالات رخداد‌های مختلف را از طریق محاسبه دوره بازگشت‌های توأم برآورد کردند. یو و چو (۲۰۱۹) سه مشخصه مدت زمان بارش، مقدار کل و شدت بارش‌ها را با استفاده از توابع مفصل مدل‌سازی نمودند. نتایج نشان داد که دو مشخصه مدت و عمق برای بیان رخداد‌های بارش بهترین ساختار همبستگی را ایجاد می‌کند و برای محاسبه احتمالات توأم مناسب هستند. در ایران نیز پژوهش‌های متعددی با استفاده از توابع مفصل در تحلیل چندمتغیره پدیده‌های هیدروژیک انجام شده است که از آن جمله می‌توان به مطالعات احمدی و همکاران (۱۳۹۶)، عبداللهی اسدآبادی و همکاران (۱۳۹۷) و دانش‌زاده و همکاران (۱۳۹۸) اشاره کرد. تنها مطالعه‌ای در رابطه با مدل‌سازی

1- Intergovernmental Panel on Climate Change

2- Copula Function

بختیاری، از شمال غربی به استان ایلام، از شرق و جنوب شرقی به استان کهگیلویه و بویراحمد، از جنوب به استان بوشهر و خلیج فارس و از غرب به عراق محدود می‌شود. شمال و شرق این استان به وسیله کوه‌های زاگرس پوشیده شده است. با حرکت به سمت داخل استان از ارتفاع این کوه‌ها کاسته می‌شود و به جای آن تپه ماهورها خودنمایی می‌کنند. خوزستان متشکل از دو منطقه کوهستانی و جلگه‌ای است که دو پنجم کل مساحت استان کوهستانی و سه پنجم آن جلگه‌ای است. استان خوزستان مهم‌ترین قطب کشاورزی کشور است که نه تنها در حال حاضر نقش تعیین‌کننده‌ای در تولید محصولات کشاورزی و ایجاد امنیت غذایی دارد، بلکه با توجه به ظرفیت‌ها و استعدادهای بالقوه، نقشی بی‌بدیل در توسعه آینده کشاورزی کشور خواهد داشت.

در این مطالعه برای مدل‌سازی دما و بارش استان خوزستان در دوره آماری ۱۹۸۸ تا ۲۰۱۸ (به مدت ۳۱ سال) از داده‌های شش ایستگاه سینوپتیک دزفول، اهواز، رامهرمز، ماهشهر، آبادان و مسجدسلیمان، به دلیل دارا بودن آمار کافی استفاده شد. در شکل ۱ و جدول ۱، به ترتیب موقعیت استان خوزستان و مشخصات جغرافیایی و آماری ایستگاه‌های سینوپتیک مورد مطالعه آورده شده است.

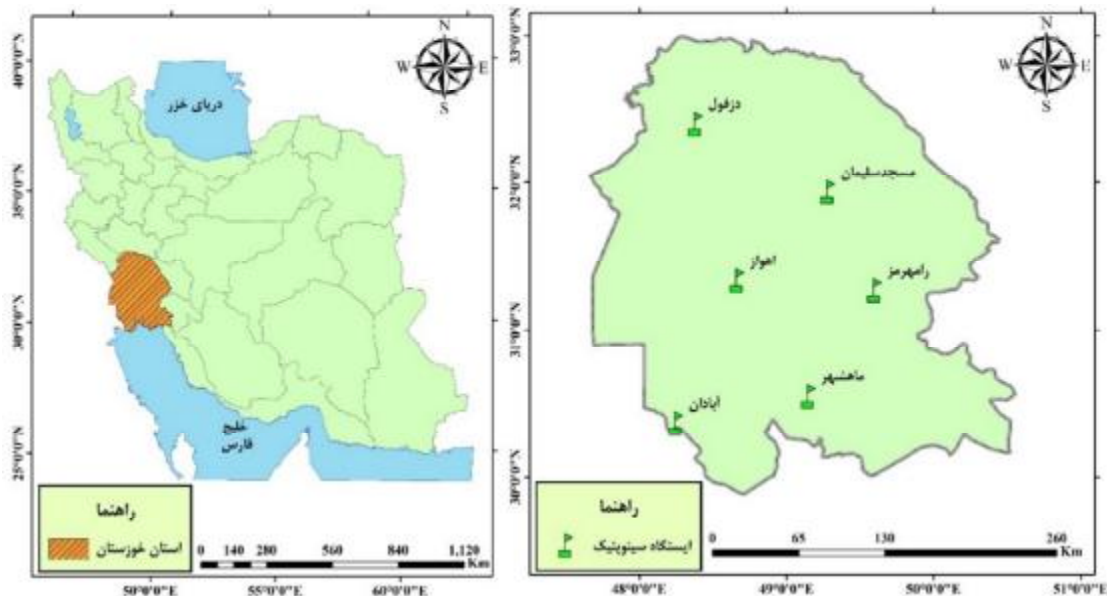
دما و بارش در ایران را ثانی‌خانی و همکاران (۱۳۹۳) انجام داده‌اند. ایشان از توابع مفصل کلایتون، گامبل و فرانک برای ایجاد توزیع دو متغیره بارش و دمای ایستگاه تبریز استفاده و در نهایت مفصل فرانک را برای این منظور مناسب ارزیابی کردند.

با عنایت به موارد فوق مشاهده می‌شود که به دلیل وجود همبستگی بین پارامترهای مختلف هیدرولوژیک، استفاده از روش‌هایی که بتواند وابستگی بین متغیرها را در نظر گرفته و آن‌ها را به صورت توأم مدل‌سازی کند، عملکرد به مراتب قابل اعتمادتری را به دست خواهد داد. در این زمینه کمبود مطالعات به شدت احساس می‌شود؛ از این رو هدف از مطالعه حاضر استفاده از توابع مفصل در مدل‌سازی همزمان بارش و دمای سالانه استان خوزستان است و در نهایت بهترین تابع مفصل بر اساس معیارهای آماری انتخاب و احتمالات توأم بارش و دما بر مبنای آن محاسبه شد.

مواد و روش‌ها

داده‌ها و منطقه مورد مطالعه

استان خوزستان، از استان‌های پر جمعیت و بسیار مهم ایران از نظر منابع طبیعی نظیر نفت و گاز و کشاورزی است. این استان از شمال به استان لرستان، از شمال شرقی و شرق به استان‌های اصفهان و چهارمحال و



شکل ۱- موقعیت استان خوزستان و ایستگاه‌های منتخب

جدول ۱- مشخصات جغرافیایی و آماری ایستگاه‌های منتخب در دوره آماری ۱۹۸۸ تا ۲۰۱۸

ردیف	ایستگاه	موقعیت جغرافیایی		میانگین بارش (mm/year)	میانگین دما (°C)
		Y (DD)	X (DD)		
۱	آبادان	۳۰/۳۶	۴۸/۲۸	۱۴۴/۹۳	۲۶/۲۷
۲	اهواز	۳۱/۳۳	۴۸/۶۶	۲۱۰/۱۸	۲۶/۲۱
۳	دزفول	۳۲/۴۰	۴۸/۳۸	۳۴۹/۶۵	۲۴/۴۱
۴	رامهرمز	۳۱/۲۶	۴۹/۶۰	۲۸۴/۵۰	۲۶/۵۷
۵	ماهشهر	۳۰/۵۵	۴۹/۱۵	۱۹۵/۲۰	۲۵/۸۱
۶	مسجدسلیمان	۳۱/۹۳	۴۹/۲۸	۳۹۵/۶۲	۲۵/۵۶

تحلیل ساختار وابستگی

از پارامترهای مهم در تحلیل وقایع حدی، میزان وابستگی بین متغیرهای مورد بررسی است. به طور معمول از روش ضریب همبستگی خطی پیرسون (r) برای سنجش میزان ارتباط بین دو متغیر استفاده می‌شود. این روش دارای ایراداتی است که مهم‌ترین آن، این است که ضریب r به شدت تحت تأثیر داده‌های پرت قرار می‌گیرد و چنانچه X یا Y و یا هر دوی آن‌ها به طور یکنواخت به توانی غیر از یک برسند، در این صورت مقدار ضریب همبستگی تغییر می‌کند، اما در همبستگی رتبه‌ای آن‌ها تغییری ایجاد نمی‌شود (نلسن، ۲۰۰۷). برای رفع ایرادات ضریب همبستگی پیرسون، می‌توان از ضریب همبستگی ناپارامتری τ کندال استفاده کرد. τ کندال یک ضریب همبستگی رتبه‌ای^۱ است که در مسائل مربوط به توابع مفصل به کار گرفته می‌شود. مقدار ضریب t کندال در محدوده $[-1, 1]$ است. در این صورت عدد یک همگامی کامل، صفر همگامی صفر و عدد -1 ناهمگامی کامل را بیان می‌کند. برای یک نمونه تصادفی شامل n مشاهده جفتی، $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n), \mathbf{K}$ ، تخمین‌گر نمونه t کندال بر اساس معادله زیر قابل محاسبه است (میرعباسی و همکاران، ۲۰۱۲):

$$t = \left(\frac{n}{2} \right)^{-1} \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{sgn}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (1)$$

$$\text{sgn}(y) = \begin{cases} 1 & \text{if } y > 0 \\ 0 & \text{if } y = 0 \\ -1 & \text{if } y < 0 \end{cases} \quad (2)$$

که در معادله فوق، n تعداد جفت داده‌ها، $\text{sgn}[\cdot]$ تابع علامت است و $i, j = 1, 2, \dots, \mathbf{K}, n$

تعیین مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای

برای بررسی ساختار وابستگی بین پارامترهای دما و بارش استان خوزستان، لازم است ابتدا توزیع تک‌متغیره مناسب حاکم بر هر متغیر تعیین شود. برای این‌که تغییرات یک متغیر تصادفی به درستی توسط توزیع مورد نظر بیان شود، باید تخمین پارامترهای آن توزیع به خوبی انجام شود. در این پژوهش، از روش گشتاورهای خطی برای تخمین پارامترهای توزیع‌های آماری استفاده شد. هاسکینگ (۱۹۸۶) گشتاورهای خطی را به صورت ترکیب خطی از آماره‌های مرتب شده بیان کرد. در این مطالعه، توزیع‌های نرمال (NOR)، لوگ نرمال (LN)، نمایی (EXP)، گاما (GAM)، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، لجستیک (LOG)، لجستک تعمیم یافته (GLOG)، پارتوی تعمیم یافته (GPA) و ویبول (WEI) بر داده‌های بارش و دمای سالانه استان خوزستان برازش داده شد. پس از برازش توزیع‌های آماری، باید نکویی برازش هر توزیع توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنف بررسی قرار شود. در صورتی که در سطح احتمال ۵ درصد برازش مدل‌ها توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنف مورد تأیید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر پذیرفته می‌شود. پس از کنترل نکویی برازش و تعیین توزیع‌های مورد قبول، برای انتخاب بهترین مدل برازشی، جذر میانگین مربعات نرمال شده خطاها (NRMSE) (معادله (۳)) و معیار نش-ساتکلیف (معادله (۴)) محاسبه می‌شود. هرکدام از توزیع‌های برازشی که بیشترین مقدار معیار نش-ساتکلیف (NS) و کمترین NRMSE را داشته باشند، به عنوان مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای بارش و دمای سالانه در ایستگاه موردنظر برگزیده می‌شود.

$$NRMSE = 100 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F(x_i) - G(x_i))^2}}{F_{\max} - F_{\min}} \quad (3)$$

$$H_{X_1, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_N \leq x_N] \quad (5)$$

مفصل تابعی است که توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره را برای تشکیل یک تابع توزیع دو یا چندمتغیره، به هم پیوند می‌دهد؛ بنابراین اسکالر نشان داد توزیع چندمتغیره احتمالاتی H با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی می‌تواند توسط تابع مفصل C بیان شود:

$$C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_N}(x_N)) = H_{X_1, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (6)$$

که در معادله فوق، $F_{X_i}(x_i)$ ، i امین توزیع حاشیه‌ای پیوسته و H_{X_1, \dots, X_N} همان توزیع تجمعی توأم X_1, X_2, \dots, X_N است. در این مطالعه، از چهار تابع مفصل مختلف شامل علی-میخائیل-حق، کلایتون، فرانک و فارلی-گامبل-مورگنسترن (FGM) برای تحلیل دو متغیره بارش و دمای استان خوزستان استفاده شد. جدول ۲ معادلات مربوط به توابع مفصل مورد استفاده را نشان می‌دهد.

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (F(x_i) - G(x_i))^2}{\sum_{i=1}^n (F(x_i) - \bar{F})^2} \quad (4)$$

که در معادلات فوق، n تعداد داده‌ها، $F(x_i)$ مقدار CDF تجربی، F_{\min} و F_{\max} به ترتیب حداکثر و حداقل CDF نظری محاسبه شده، \bar{F} میانگین CDF تجربی و $G(x_i)$ مقدار CDF تئوری است.

تئوری اسکالر

مفصل‌ها یک شیوه انعطاف‌پذیر برای ایجاد توزیع‌های توأم آماری با توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت هستند. مفصل‌ها توابع توزیع چندمتغیره هستند که حاشیه‌های یک بعدی آن‌ها بر بازه (۰ و ۱) یکنواخت باشند. معرفی و ارائه مفصل به اسکالر (۱۹۵۹) نسبت داده شده است که در یک تئوری توصیف می‌کند چگونه توابع توزیع تک‌متغیره می‌تواند به فرم توزیع‌های چندمتغیره ترکیب شوند. برای متغیرهای تصادفی پیوسته N بعدی X_1, X_2, \dots, X_N با توزیع‌های حاشیه‌ای $F(x_i) = P_{X_i}(X_i \leq x_i)$ ، توزیع توأم متغیر X به صورت زیر قابل تعریف است:

جدول ۲- توابع مفصل مورد استفاده (نلسن، ۲۰۰۷)

خانواده مفصل	تابع مفصل	تابع توزیع تجمعی	q
علی-میخائیل-حق (AMH)	$C(u, v) = \frac{uv}{1 - q(1-u)(1-v)}$		$-1 \leq q \leq 1$
ارشمیدسی	کلایتون	$C(u, v) = \max\left[(u^{-q} + v^{-q} - 1)^{-1/q}, 0 \right]$	$q \geq 0$
	فرانک	$C(u, v) = -\frac{1}{q} \ln \left[1 + \frac{(e^{-qu} - 1)(e^{-qv} - 1)}{e^{-q} - 1} \right]$	$q \neq 0$
فارلی-گامبل-مورگنسترن	فارلی-گامبل-مورگنسترن (FGM)	$C(u, v) = uv[1 + q(1-u)(1-v)]$	$-1 \leq q \leq 1$

تخمین پارامتر وابستگی مفصل از الگوریتم فراکاووشی نهنگ کوهان‌دار^۵ (WOA) استفاده شد. این روش بر اساس رفتار شکاری نهنگ کوهان‌دار تکامل یافته است. نهنگ کوهان‌دار می‌تواند موقعیت شکار را تشخیص دهد و آن‌ها را محاصره کند. از آنجا که موقعیت بهینه در فضای جست‌وجو قابل پیش‌بینی نیست، الگوریتم نهنگ فرض می‌کند بهترین راه‌حلی که تاکنون به دست آمده، طعمه

از مهم‌ترین مراحل استفاده از توابع مفصل برآورد q یا همان پارامتر وابستگی مفصل است. بدین منظور روش‌های مختلفی همچون روش گشتاورها^۱، حداکثر درست‌نمایی^۲ (MLM)، حداکثر درست‌نمایی کانونیکال^۳ (CML)، روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها^۴ (IFM) و روش‌های فرا ابتکاری توسعه داده شده است. در این مطالعه، برای

1- Method-of-Moments
2- Maximum Likelihood Method (MLM)
3- Canonical Maximum Likelihood (CML)
4- Inference Functions for Margins (IFM)

5- Whale Optimization Algorithm (WOA)

$$S_n = \sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2 \quad (10)$$

که در معادلات فوق، n اندازه نمونه، C_{pi} مقادیر محاسبه شده مفصل تئوری، C_{ei} مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی و F_{min} و F_{max} به ترتیب حداکثر و حداقل CDF مفصل نظری محاسبه شده هستند. تابع مفصلی مناسب‌تر در نظر گرفته شد که در آن مقادیر S_n و NRMSE کمترین باشد. شایان ذکر است که معادلات مربوط به محاسبه مفصل تجربی به‌طور مبسوط در مطالعه میرعباسی و همکاران (۲۰۱۲) شرح داده شده است که علاقه‌مندان برای مطالعه بیشتر، می‌توانند به آن مراجعه کنند.

نتایج

بررسی ساختار وابستگی

در این مطالعه، برای بررسی ساختار وابستگی پارامترهای دما و بارش سالانه استان خوزستان، روش‌های ضریب همبستگی پیرسون و τ کندال به کار رفته و نتایج حاصل در جدول ۳ ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که در اغلب ایستگاه‌ها روند ضریب همبستگی و ضریب کندال مشابه بوده و با توجه به وجود چولگی و رابطه غیرخطی بین دما و بارش در ایستگاه‌های مورد مطالعه، ضریب کندال برای بررسی میزان همبستگی بین داده‌ها مناسب‌تر است. در تمامی ایستگاه‌ها همبستگی بین بارش و دما در استان منفی به دست آمده و بیشترین میزان همبستگی مربوط به ایستگاه رامهرمز با مقدار -0.57 است. همچنین با توجه به نتایج جدول ۳ مشاهده می‌شود که استفاده از توابع مفصل برای تحلیل ساختار وابستگی پارامترهای دما و بارش استان خوزستان کاملاً ممکن می‌باشد. نتایج حاصل با مطالعه ثانی‌خانی و همکاران (۱۳۹۳) کاملاً مطابقت دارد.

هدف یا نزدیک به بهینه است. بعد از اینکه بهترین عامل جست‌وجو (بهترین عضو جمعیت) تعریف شد، دیگر اعضای جمعیت سعی می‌کنند موقعیت خود را نسبت به بهترین عضو جمعیت به‌روزرسانی کنند. این رفتار با معادلات (۷) و (۸) نشان داده می‌شود (میرجلیلی و لويس، ۲۰۱۶):

$$D = |C \cdot X^*(t) - X(t)| \quad (7)$$

$$X(t+1) = X^*(t) - A \cdot D \quad (8)$$

که در معادلات فوق، t نشان‌دهنده تکرار حاضر، بردارهای C و A بردارهای ضرایب، X^* بردار موقعیت بهترین راه‌حلی است که تاکنون به دست آمده، بردار X بردار موقعیت و مقدار مطلق را نشان می‌دهد. گفتنی است اگر یک راه حل بهتر وجود داشته باشد، X^* بایستی در هر تکرار به‌روزرسانی شود (میرجلیلی و لويس، ۲۰۱۶).

پس از محاسبه پارامتر وابستگی مفصل، می‌باید مناسب‌ترین تابع برای تحلیل ساختار وابستگی بین پارامترهای دما و بارش تعیین شد. برای انتخاب مناسب‌ترین مفصل، به این صورت عمل می‌شود که بعد از انتخاب و برازش توزیع حاشیه‌ای مناسب بر هر کدام از متغیرهای مورد بررسی و تخمین پارامترهای توزیع به روش حداکثر درست‌نمایی، چند نوع تابع مفصل مختلف را برای پیوند این دو تابع توزیع حاشیه‌ای در نظر گرفته و پارامتر تابع مفصل با روش WOA برآورد می‌شود. سپس با مقایسه نتایج هر کدام از مفصل‌ها با نتایج حاصل از احتمال تجربی، مفصل مناسب برای داده‌های مورد نظر انتخاب می‌گردد. برای انتخاب بهترین تابع مفصل از آماره NRMSE (معادله (۹)) و آماره کرامر- فون مایسس (معادله (۱۰)) استفاده شد.

$$NRMSE = 100 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}}{F_{max} - F_{min}} \quad (9)$$

جدول ۳- تحلیل ساختار همبستگی دما و بارش سالانه در محل ایستگاه‌های منتخب (۲۰۱۸-۱۹۸۸)

ایستگاه						روش محاسبه ضریب همبستگی
ماهشهر	مسجدسلیمان	رامهرمز	دزفول	اهواز	آبادان	روش پیرسون
-۰/۲۲	-۰/۴۰	-۰/۵۱	-۰/۲۱	-۰/۲۹	-۰/۳۱	روش ضریب کندال
-۰/۲۶	-۰/۴۵	-۰/۵۷	-۰/۲۹	-۰/۳۴	-۰/۳۷	

(EXP)، گاما (GAM)، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، لجستیک (LOG)، لجستک تعمیم یافته (GLOG)، پارتوی تعمیم یافته (GPA) و ویبول (WEI)

انتخاب توزیع حاشیه‌ای مناسب

پس از تأیید وجود وابستگی بین پارامترهای بارش و دما، از توزیع‌های نرمال (NOR)، لوگ نرمال (LN)، نمایی

نشان داد که کلیه توزیع‌های آماری مورد استفاده قابلیت کاربرد را دارند و می‌توان بر اساس آماره‌های NS و NRMSE ارائه شده در جدول ۴ در خصوص هر یک از آن‌ها قضاوت کرد.

با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود که برای پارامتر بارش ایستگاه‌های آبادان، مسجدسلیمان و ماهشهر توزیع LN و در ایستگاه‌های دزفول، رامهرمز و اهواز به ترتیب توزیع‌های Wei، Wei و Log بهترین برازش را بر داده‌های مشاهده‌ای داشته‌اند. نتایج حاصل از تحلیل فراوانی پارامتر دما نیز نشان می‌دهد در محل ایستگاه‌های آبادان، دزفول و ماهشهر توزیع Wei، برای ایستگاه‌های اهواز و رامهرمز توزیع GEV و در ایستگاه مسجدسلیمان نیز توزیع Log بر داده‌های دما بهترین برازش را داشته است.

برای انجام تحلیل فراوانی تک‌متغیره بهره گرفته شد. برای برازش توزیع‌های احتمالاتی به سری‌های بارش و دمای ایستگاه‌های منتخب استان خوزستان، ابتدا گشتاورهای خطی برای سری‌های سالانه محاسبه و سپس با برابر قرار دادن آن‌ها با گشتاورهای خطی توزیع‌های احتمالاتی، ضرایب توزیع‌های مورد نظر برآورد شد. ابتدا باید نکویی برازش توزیع‌های مورد استفاده با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف از نظر آماری تأیید شد. سپس با استفاده از آماره‌های جذر میانگین مربعات نرمال شده و معیار نش-ساتکلیف میزان دقت و کارایی توزیع‌های آماری در مدل کردن سری‌های بارش و دما بررسی و در هر ایستگاه، بهترین توزیع برای ادامه محاسبات انتخاب شود. نتایج حاصل از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (K-S)

جدول ۴- نتایج حاصل از برازش توزیع‌های آماری به داده‌های بارش و دمای ایستگاه‌های منتخب

ایستگاه	پارامتر	آماره	Nor	LN	Exp	Gam	GEV	Log	Glog	Gpa	Wei
آبادان	بارش	NS	۰/۹۶۱	۰/۹۷۹	۰/۵۷۸	۰/۹۷۴	۰/۹۷۱	۰/۹۶۱	۰/۹۷۱	۰/۸۴۹	۰/۹۷۱
	دما	NS	۰/۹۴۹	۰/۹۴۵	۰/۲۱۱	۰/۹۴۶	۰/۹۶۹	۰/۹۶۳	۰/۹۶۰	۰/۲۱۵	۰/۹۷۵
اهواز	بارش	NS	۰/۹۷۴	۰/۹۷۳	۰/۵۷۳	۰/۹۸۲	۰/۹۸۱	۰/۹۸۷	۰/۹۷۸	۰/۸۰۱	۰/۹۷۹
	دما	NS	۰/۸۸۱	۰/۸۷۷	۰/۲۲۱	۰/۸۷۶	۰/۹۵۷	۰/۹۱۶	۰/۹۱۳	۰/۱۴۶	۰/۹۳۱
دزفول	بارش	NS	۰/۹۶۳	۰/۹۷۱	۰/۵۴۹	۰/۹۷۰	۰/۹۶۳	۰/۹۶۷	۰/۹۶۷	۰/۸۳۱	۰/۹۷۲
	دما	NS	۰/۹۷۸	۰/۹۷۷	۰/۲۲۶	۰/۹۷۵	۰/۹۸۴	۰/۹۷۶	۰/۹۷۶	۰/۰۵۰	۰/۹۸۵
رامهرمز	بارش	NS	۰/۹۷۱	۰/۹۶۶	۰/۵۴۲	۰/۹۶۸	۰/۹۶۵	۰/۹۶۵	۰/۹۶۳	۰/۸۶۹	۰/۹۷۵
	دما	NS	۰/۸۹۰	۰/۸۸۴	۰/۲۰۰	۰/۸۸۳	۰/۹۶۴	۰/۹۱۹	۰/۹۱۵	۰/۱۷۳	۰/۹۴۲
ماهشهر	بارش	NS	۰/۹۵۸	۰/۹۷۵	۰/۵۶۸	۰/۹۷۲	۰/۹۷۰	۰/۹۶۴	۰/۹۶۹	۰/۸۸۴	۰/۹۶۷
	دما	NS	۰/۹۳۵	۰/۹۳۲	۰/۲۱۷	۰/۹۳۲	۰/۹۶۳	۰/۹۴۹	۰/۹۴۷	۰/۱۹۷	۰/۹۶۷
مسجد سلیمان	بارش	NS	۰/۹۷۵	۰/۹۸۸	۰/۴۹۹	۰/۹۸۷	۰/۹۷۹	۰/۹۷۶	۰/۹۸۷	۰/۸۵۸	۰/۹۷۷
	دما	NS	۰/۹۷۴	۰/۹۷۰	۰/۲۲۰	۰/۹۷۳	۰/۹۸۰	۰/۹۸۹	۰/۹۸۶	۰/۱۹۲	۰/۹۸۲

*: اعداد پرنگ نشان‌دهنده مقادیر مربوط به آماره‌های ارزیابی عملکرد بهترین توزیع برازشی هستند.

برآورد پارامتر وابستگی مفصل و ایجاد ساختار وابستگی

پس از تعیین توابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرهای دما و بارش استان خوزستان نوبت به محاسبه پارامتر وابستگی مفصل و انتخاب بهترین تابع توزیع دو

متغیره می‌رسد. همان‌گونه که بیان شد، در این مطالعه از روش بهینه‌سازی WOA برای محاسبه پارامتر وابستگی توابع مفصل AMH، کلایتون، فرانک و FGM استفاده شد. در جدول ۵ نتایج آزمون‌های نکویی برازش برای هر یک از توابع مفصل نشان داده شده است.

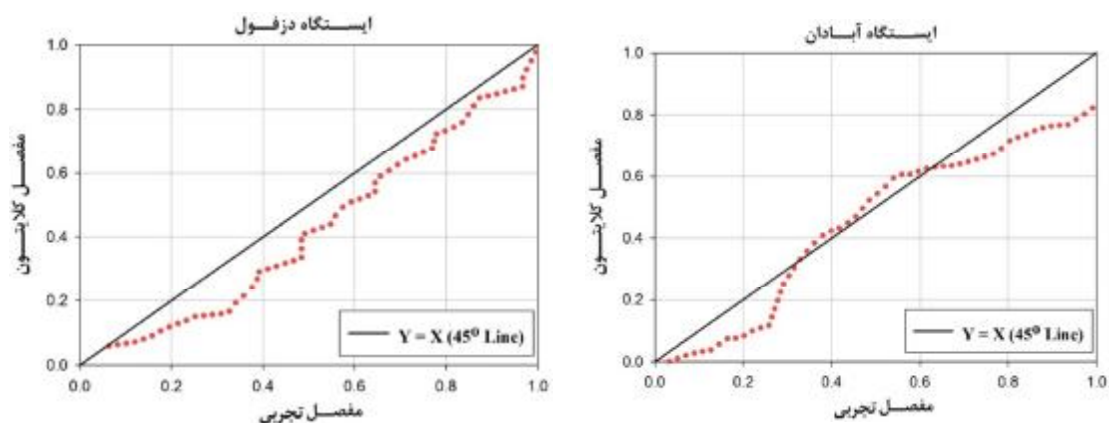
جدول ۵- نتایج آزمون‌های نکویی برازش و پارامتر وابستگی مفصل برای توابع مختلف مورد مطالعه

تابع مفصل				آماره	ایستگاه
FGM	فرانک	AMH	کلایتون		
۶/۲۴	۵/۲۳	۶/۷۶	۵/۱۴	NRMSE	آبادان
-۰/۵۳	-۰/۴۸	-۰/۶۰	-۰/۴۶	Sn	
-۰/۷۲	۶/۴	-۰/۰۷	۳/۷۸	<i>q</i>	
۵/۹۷	۲/۵۰	۶/۵۷	۲/۳۲	NRMSE	اهواز
-۰/۴۹	-۰/۲۶	-۰/۵۲	-۰/۲۵	Sn	
-۰/۱۹	۷/۳۵	-۰/۳۶	۶/۱۹	<i>q</i>	
۴/۸۶	۳/۳۸	۷/۳۸	۳/۰۱	NRMSE	دزفول
-۰/۴۳	-۰/۳۹	-۰/۵۹	-۰/۳۱	Sn	
-۰/۶۴	۲۵/۷۹	-۰/۲۴	۹/۹۷	<i>q</i>	
۴/۱۰	۲/۴۵	۳/۷۵	۲/۹۷	NRMSE	رامهرمز
-۰/۴۹	-۰/۲۸	-۰/۴۳	-۰/۳۰	Sn	
۳/۶۰	۴/۹۶	-۰/۹۸	۵/۷۸	<i>q</i>	
۴/۴۴	۴/۳۵	۵/۷۸	۲/۵۵	NRMSE	ماهشهر
-۰/۴۸	-۰/۴۳	-۰/۵۰	-۰/۲۸	Sn	
۴/۰۹	۱/۵۸	-۰/۴۳	۸/۷۵	<i>q</i>	
۳/۵۲	۲/۹۶	۳/۳۱	۲/۵۷	NRMSE	مسجدسلیمان
-۰/۴۶	-۰/۳۸	-۰/۳۹	-۰/۳۲	Sn	
-۰/۲۵	۱۶/۳۱	-۰/۹۷۷	۹/۰۷	<i>q</i>	

*: اعداد پرنگ نشان‌دهنده مقادیر مربوط به آماره‌های ارزیابی عملکرد و ضریب وابستگی بهترین تابع مفصل هستند.

دست آمده، مشاهده شد که وابستگی دما و بارش استان خوزستان در ایستگاه‌های مورد مطالعه مقادیر منفی بود و در نتیجه، مفصل‌هایی که برای وابستگی‌های منفی مناسب بودند، بهترین عملکرد را داشته‌اند. همچنین دلیل عملکرد ضعیف مفصل‌های AMH و FGM را می‌توان با توجه به سطح وابستگی توجیه کرد. ثانی‌خانی و همکاران (۱۳۹۳) نیز در مطالعه خود با بررسی مفصل‌های گامبل، فرانک و کلایتون، تابع مفصل فرانک را به عنوان مناسب‌ترین مفصل برای تحلیل فراوانی توام بارش و دمای ایستگاه تبریز به کار بردند. در شکل ۲ نمودار پراکندگی مقادیر مفصل تجربی و مقادیر محاسباتی با استفاده از مفصل‌های منتخب برای ایستگاه‌های آبادان و دزفول ارائه شده و نسبت به محور ۴۵ درجه مقایسه شده است.

با توجه به جدول فوق، مشاهده می‌شود برای متغیرهای بارش و دمای ایستگاه‌های آبادان، دزفول، ماهشهر و مسجدسلیمان، تابع مفصل کلایتون بهترین عملکرد را داشته و در سایر ایستگاه‌ها نیز تابع فرانک کمترین خطا را به خود اختصاص داده است. انتخاب مفصل‌های مناسب به محدوده سطح وابستگی که می‌توانند توصیف کنند، بستگی دارد؛ برای نمونه، مفصل گامبل - هوگارد می‌تواند فقط برای وابستگی مثبت به کار رود و در نتیجه امکان استفاده از آن برای پارامترهای بارش و دمای استان خوزستان وجود ندارد. مفصل علی-میخائیل - حق برای وابستگی ضعیف ($-0.1807 < t < 0.3333$) و مفصل FGM برای $-0.22 < t < 0.22$ مناسب می‌باشد، درحالی‌که مفصل‌های کلایتون و فرانک برای هر دو وابستگی مثبت و منفی مناسب هستند (نلسن، ۲۰۰۷). با توجه به نتایج به



شکل ۲- نمودار پراکندگی مقادیر مفصل تجربی در برابر تابع مفصل تئوری

تحلیل توأم دما و بارش استان خوزستان مناسب است. نمودارهای مشابه برای سایر ایستگاه‌ها رسم و پس از اطمینان از عملکرد توابع تئوری، روابط آن‌ها استخراج و در جدول ۶ ارائه شده است. حال با استفاده از این روابط می‌توان احتمالات توأم را ایجاد و از آن‌ها در تحلیل‌های مختلف استفاده کرد.

با توجه به این شکل، مشاهده می‌شود در ایستگاه آبادان تابع کلایتون در مقایسه با مفصل تجربی در برخی موارد دچار بیش برآزش شده است؛ اما در ایستگاه دزفول مقادیر پیش‌بینی شده توسط این تابع، به‌طور کلی کمتر است؛ با وجود این می‌توان به‌دلیل نزدیکی به خط ۴۵ درجه چنین استنباط کرد که عملکرد تابع کلایتون پذیرفتنی و برای

جدول ۶- معادلات نهایی توزیع‌های توأم بارش و دمای ایستگاه‌های مورد مطالعه

ایستگاه	تابع مفصل	تابع توزیع تجمعی
آبادان	کلایتون	$C(t, p) = \max \left[\left(t^{-3.78} + p^{-3.78} - 1 \right)^{-1/3.78}, 0 \right]$
اهواز	فرانک	$C(t, p) = -\frac{1}{q} \ln \left[1 + \frac{(e^{-7.35t} - 1)(e^{-7.35r} - 1)}{e^{-7.35} - 1} \right]$
دزفول	کلایتون	$C(t, p) = \max \left[\left(t^{-9.97} + p^{-9.97} - 1 \right)^{-1/9.97}, 0 \right]$
رامهرمز	فرانک	$C(t, p) = -\frac{1}{q} \ln \left[1 + \frac{(e^{-4.96t} - 1)(e^{-4.96r} - 1)}{e^{-4.96} - 1} \right]$
ماهشهر	کلایتون	$C(t, p) = \max \left[\left(t^{-8.75} + p^{-8.75} - 1 \right)^{-1/8.75}, 0 \right]$
مسجدسلیمان	کلایتون	$C(t, p) = \max \left[\left(t^{-9.07} + p^{-9.07} - 1 \right)^{-1/9.07}, 0 \right]$

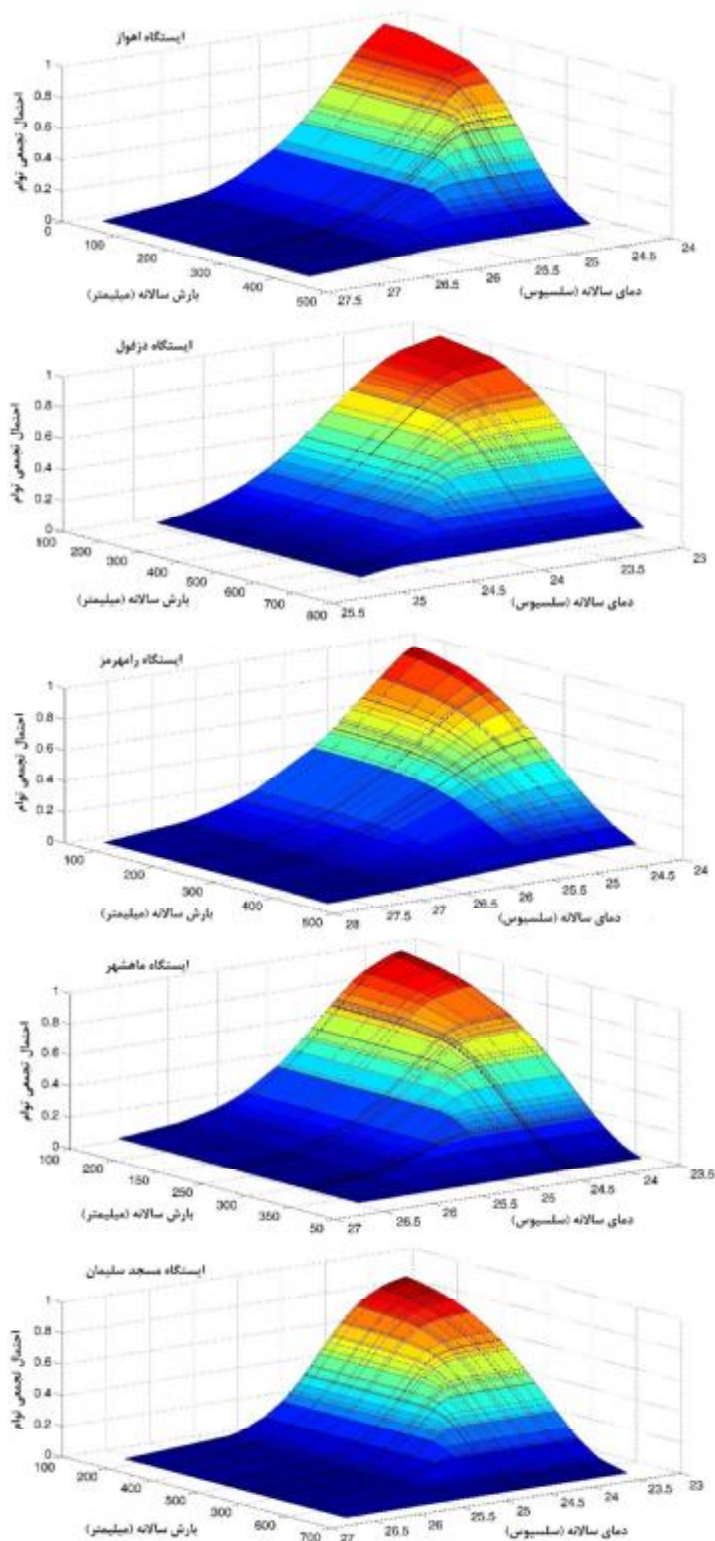
رفتار احتمالاتی پارامترهای هیدرولوژیک برای بهره‌برداری بهینه از منابع آبی را در اختیار کاربران و پژوهشگران قرار دهد.

از کاربردهای مهم شکل‌های ۳، تعیین احتمالات مختلف رویدادها و در نتیجه انجام محاسبات مربوط به دوره بازگشت‌های توأم است. برای مثال در حالتی که دما در محل ایستگاه اهواز بین محدوده ۲۴ تا ۲۵ درجه سلسیوس واقع شود، احتمال رخداد بارش‌های بین ۱۰۰ تا

در شکل‌های ۳ نمودار بهترین تابع توزیع تجمعی مفصل منتخب برای سری‌های دما و بارش سالانه ایستگاه‌های استان خوزستان ارائه شده است. با توجه به این شکل‌ها مشاهده می‌شود که مفصل‌های منتخب وابستگی بین دو متغیر مورد مطالعه را به خوبی توجیه کرد. این نمودارها نشان می‌دهند چگونه می‌توان با استفاده از احتمالات توأم، دما و بارش هر ایستگاه را به‌صورت همزمان تعیین کرد. این امر می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با

وجود دارد و می‌توان انتظار داشت که در دماهای پایین‌تر این نوع از رویدادها با فراوانی بیشتری روی دهد.

۲۰۰ میلی‌متر افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود احتمال رخداد بارش‌های سهمگین در دامنه دمای ۲۸ تا ۲۴ سلسیوس هرچند به میزان اندک،



شکل ۳- احتمال تجمعی توأم سری‌های بارش و دمای ایستگاه‌های مورد مطالعه در دوره آماری ۱۹۸۸-۲۰۱۸

نتیجه‌گیری

به‌طور متداول در اغلب پژوهش‌های مرتبط با پدیده‌های هیدرولوژیک، از تحلیل‌های تک‌متغیره، با فرض استقلال بین متغیرها، به خاطر سادگی آن‌ها استفاده می‌شود، درحالی‌که از مهم‌ترین مشکلات پژوهشگران در زمینه علم هیدرولوژی بررسی رفتار غیرخطی متغیرهای تصادفی و توزیع احتمالاتی چند متغیره حاکم بر آن‌هاست؛ از این رو نیاز به یک شیوه آماری واقع‌گرایانه‌تر وجود دارد و در این مطالعه از روش آماری چندمتغیره تابع مفصل برای تحلیل توأم سری‌های دما و بارش استان خوزستان استفاده شد. ابتدا توابع توزیع تک‌متغیره برای بارش روی داده‌های دما و بارش بررسی شد و بر اساس آماره‌های $K-S$ ، $NRMSE$ و NS مناسب‌ترین توزیع‌های حاشیه‌ای برای سری‌های بارش و دما انتخاب شد. سپس، از توابع مفصل خانواده‌های ارشمیدسی و FGM برای ایجاد توزیع‌های دو متغیره استفاده شد. نتایج نشان داد مفصل‌هایی که نمی‌توانستند سطح وابستگی موجود در بین داده‌های بارش و دما را توجیه کنند، عملکرد ضعیف‌تری داشتند. از این رو در همه ایستگاه‌های مورد مطالعه توابع کلایتون و فرانک به دلیل توانایی بالا در مدل‌سازی ساختارهای وابستگی مثبت و منفی، بهترین عملکرد را به خود اختصاص دادند و برای ایجاد توزیع‌های احتمالاتی توأم سری‌های بارش و دما سالانه ایستگاه‌های استان خوزستان به کار گرفته شدند.

سیاس‌گذاری

بدین‌وسیله از حمایت مالی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه شهید چمران اهواز در قالب پژوهانه (GN: SCU.WH98.44291) در انجام این پژوهش تشکر و قدردانی می‌شود.

منابع

۱. احمدی ف. رادمنش ف. پرهام غ. میرعباسی نجف‌آبادی ر. ۱۳۹۶. کاربرد توابع مفصل ارشمیدسی در تحلیل فراوانی سیلاب (مطالعه موردی: حوضه آبریز دز). تحقیقات آب و خاک ایران. ۴۸(۳): ۴۷۷-۴۸۹.
۲. بهره‌مند ع. الوندی ا. بهرامی م. مرویلی م. د. هروی ح. خسروی غ. کرنزادی آ. صمدی‌ارقینی ح. تاجیکی م. و تیموری م. ۱۳۹۴. توابع کاپولا و کاربرد آن در هیدرولوژی استوکاستیک. نشریه حفاظت و بهره‌برداری از منابع طبیعی. ۴(۲): ۱-۲۰.
۳. ثانی‌خانی ه. میرعباسی نجف‌آبادی ر. و دین‌پژوه ی. ۱۳۹۳. مدل‌سازی دما و بارش تبریز با بکارگیری توابع مفصل. فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب. ۵(۱۷): ۱۲۳-۱۳۳.
۴. دانش‌زاده م. کرمی ح. ثانی‌خانی ه. فرزین س. و موسوی ف. ۱۳۹۸. کاربرد توابع مفصل و الگوریتم‌های هوشمند در تحلیل خشکسالی هواشناسی شاهرود. مجله پژوهش آب ایران. ۱۳(۱): ۹۱-۱۰۴.
۵. عبداللهی اسدآبادی ع. آخوندعلی ع. م. و میرعباسی نجف‌آبادی ر. ۱۳۹۷. تحلیل دوره بازگشت‌های توأم و شرطی چند مشخصه وابسته آبنمود رواناب با استفاده از توابع مفصل (مطالعه موردی: حوضه آبریز کسپلیان). تحقیقات آب و خاک ایران. ۴۹(۲): ۴۲۵-۴۳۷.
6. Ahmadi F. Nazeri Tahroudi M. Mirabbasi R. Khalili K. and Jhajharia D. 2018. Spatiotemporal trend and abrupt change analysis of temperature in Iran. *Meteorological Applications*. 25(2): 314-321.
7. Brunner M. I. Sikorska A. E. and Seibert J. 2018. Bivariate analysis of floods in climate impact assessments. *Science of the Total Environment*. 616: 1392-1403.
8. De Michele C. and Salvadori G. 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas. *Journal of Geophysical Research*. 108(2):152-193.
9. Hosking J. R. M. 1986. The theory of probability weighted moments. Research Report RC-12210, IBM Research Division, T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, N. Y. pp: 3-16.
10. Huang Y. Cai J. Yin H. and Cai M. 2009. Correlation of precipitation to temperature variation in the Huanghe River (Yellow River) basin during 1957–2006. *Journal of hydrology*. 372(1-4): 1-8.
11. Khalili K. Tahoudi M. N. Mirabbasi R. and Ahmadi F. 2016. Investigation of spatial and temporal variability of precipitation in Iran over the last half century. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 30(4): 1205-1221.
12. Kim J. E. Yoo J. Chung G. H. and Kim T. W. 2019. Hydrologic Risk Assessment of

- Future Extreme Drought in South Korea Using Bivariate Frequency Analysis. *Water*. 11(10): 20-52.
13. Li H. Wang D. Singh V. P. Wang Y. Wu J. and Zhang J. 2019. Non-stationary frequency analysis of annual extreme rainfall volume and intensity using Archimedean copulas: A case study in eastern China. *Journal of Hydrology*. 571: 114-131.
 14. Mirabbasi R. Fakheri-Fard A. and Dinpashoh Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*. 108(1-2): 191-206.
 15. Mirjalili S. and Lewis A. 2016. The whale optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*. 95: 51-67.
 16. Nelsen R. B. 2007. An introduction to copulas. Springer Science & Business Media. 272 p.
 17. Salvadori G. and De Michele C. 2007. On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12(4): 369-380.
 18. Schoelzel C. and Friederichs P. 2008. Multivariate non-normally distributed random variables in climate research—introduction to the copula approach. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 15(5): 761-772.
 19. Sklar A. 1959. Fonctions de Repartition and Dimensions et Leurs Marges. *Publications de L'Institute de Statistique, Universite' de Paris, Paris*. 8: 229-231.
 20. Yoo C. and Cho E. 2019. Effect of Multicollinearity on the Bivariate Frequency Analysis of Annual Maximum Rainfall Events. *Water*. 11(5): 90-105.