

## مدل سازی عددی - آزمایشگاهی پروفیل طولی سطح آب در محیط‌های متخلخل درشت‌دانه

جعفر چابک‌پور<sup>۱\*</sup> و ابراهیم امیری تکلدانی<sup>۲</sup>

### چکیده

مصالح سنگدانه‌ای، از مصالح پرکاربرد در ساخت سازه‌های آبی بوده و به دلیل هزینه کم و سازگار بودن با محیط‌زیست، معمولاً مورد استفاده مهندسان و طراحان سازه‌های آبی، قرار می‌گیرد. این نوع مصالح اغلب در بدنه سدهای سنگریزه‌ای برای کاهش آثار سیلاب در پایین‌دست رودخانه‌ها و زه‌کش‌های سنگی استفاده می‌شود. در این پژوهش، با استفاده از دو قطر سنگدانه و چهار دبی عبوری و دو طول محیط متخلخل، اقدام به برداشت پروفیل‌های طولی جریان به صورت آزمایشگاهی شد. سپس با استفاده از معادله جریان متغیر تدریجی در کانال‌های روباز و روش‌های عددی اویلر، اویلر اصلاح و رانگ کوتا مرتبه ۴ اقدام به مدل‌سازی پروفیل طولی جریان و مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده گردید. در این پژوهش، از معادله سرعت منفذی ویلکینز برای محاسبه شیب خط انرژی در حل معادله متغیر تدریجی استفاده گردید. در نهایت مشاهده شد که روش رانگ کوتا مرتبه ۴ که با دقت مرتبه ۴، نسبت به دو روش دیگر، تخمین بهتری با متوسط  $R^2$  برابر با ۰/۹ و RMSE برابر با ۱/۱۹ سانتی‌متر برای تخمین پروفیل طولی جریان ارائه داد. علاوه بر این، سایر پارامترهای آماری همانند شاخص حداکثر خطا، میانگین قدر مطلق خطا، ضریب باقی‌مانده جرمی و شاخص کفایت نیز برای هر سه روش محاسبه و مشاهده شد که پارامترهای آماری مربوط به روش رانگ کوتا مرتبه ۴ دارای مقادیر بهتری نسبت به دو روش دیگر بود. همچنین به دلیل شیب زیاد پروفیل طولی در مناطق نزدیک به خروجی جریان، استفاده از روش رانگ کوتا برای چندین نقطه ابتدایی مقداری خطا وارد محاسبات می‌کند؛ بنابراین استفاده از روش اویلر اصلاح شده برای نقاط مذکور نتیجه بهتری در بر دارد.

**واژه‌های کلیدی:** پروفیل طولی، محیط متخلخل درشت‌دانه، مدل‌سازی عددی، معادله جریان متغیر تدریجی.

**ارجاع:** چابک‌پور ج. و امیری تکلدانی ا. ۱۳۹۶. مدل‌سازی عددی- آزمایشگاهی پروفیل طولی سطح آب در محیط‌های متخلخل درشت‌دانه. مجله پژوهش آب ایران. ۲۶: ۸۱-۹۰.

۱- استادیار سازه‌های آبی، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه مراغه.

۲- استاد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج.

\* نویسنده مسئول: [i.chabokpour@maragheh.ac.ir](mailto:i.chabokpour@maragheh.ac.ir)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۸/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۳/۲۵

## مقدمه

به دلیل کاربرد زیاد مصالح سنگدانه‌ای در ساخت سازه‌های هیدرولیکی، بررسی شرایط جریان درون‌گذر رخ داده در اینگونه سازه‌ها، از مهم‌ترین مباحث هیدرولیکی حال حاضر است. سازه‌هایی که از این نوع مصالح ساخته می‌شوند دارای انواع بسیار متنوع شامل سدهای کنترل سیلاب، بدنه سدهای ذخیره‌ای با روکش بتنی، زهکش‌های طولیل سنگی و سازه‌های گابیونی به منظور حفاظت بستر و کناره‌های رودخانه‌ها است (چابک‌پور، ۱۳۹۳). در بعضی از مواقع به دلیل مدیریت نادرست در استفاده از معادن نزدیک رودخانه‌ها و یا عملیات راه‌سازی در مجاورت رودخانه‌ها مصالح مازاد در بستر رودخانه‌ها ریخته می‌شود و جریان رودخانه به‌صورت روگذر و درون‌گذر از درون این مصالح در طول زیاد عبور می‌کند در این صورت رفتار جریان به حالت دارسی نیست و از بسیاری جهات شبیه به جریان روباز تفسیر می‌شود (بری و هسن، ۲۰۰۲). این جریان نسبتاً سریع درون‌گذر از مصالح سنگی معمولاً جریان غیردارسی نامیده می‌شود و دارای عدد رینولدز بسیار بالاتری نسبت به جریان دارسی است. پژوهش‌گران مختلف، نظر متفاوتی نسبت به محدوده انتقال رژیم جریان از حالت دارسی به غیردارسی ارائه کرده‌اند که بین اعداد رینولدز (۲۰۰-۲۰۰۰) متغیر است (چابک‌پور و همکاران، ۲۰۱۳).

با توجه به اینکه در رژیم دارسی سرعت حرکت جریان درون خاک بسیار پایین است (کمتر  $0.1 \text{ m/s}$ )، بنابراین مونتوم و انرژی جنبشی جریان قابل صرف‌نظر کردن است که این مورد، در جریان‌های درون‌گذر از مصالح سنگریزه‌ای صادق نیست و این جریان‌ها تا حدود زیادی مشابه جریان در کانال‌های روباز تفسیر می‌شوند، با این تفاوت که سرعت جریان فقط تابع زبری مقطع عبوری جریان نبوده و مشخصات سنگدانه‌ها اعم از قطر، ضریب شکل، زبری جداره، تخلخل و حتی میزان گرفتگی منافذ در مشخصات جریان عبوری تأثیرگذار هستند (بری و هسن، ۲۰۰۲).

محاسبه سطح نشت جریان درون مصالح سنگریزه‌ای از دو جهت مهم است (هسن، ۱۹۹۲ نقل از صدقی اصل و همکاران، ۱۳۸۹):

Ø عمق جریان خروجی از مصالح سنگریزه‌ای در دبی خاصی مستغرق می‌شود و هرچقدر در یک دبی

خاص ارتفاع خروجی جریان کم باشد، در این صورت قدرت فرسایش سنگدانه‌ها بیشتر و احتمال تخریب شیب پایین‌دست سازه‌ها بیشتر است.

Ø سطح نشت مشاهده شده در پایین‌دست سازه‌های سنگریزه‌ای به عنوان شرط مرزی در محاسبه فشار منفذی در سدهای سنگریزه‌ای برای محاسبه هدایت هیدرولیکی است.

مطالعات پیشین نشان می‌دهد که رابطه بین سرعت منفذی جریان و گرادیان هیدرولیکی در جریان‌های غیردارسی، به صورت غیرخطی است که معمولاً به دو صورت توانی و چندجمله‌ای مطابق با روابط (۱) و (۲) نشان داده می‌شوند (بری و هسن، ۲۰۰۲).

$$i = AV^p \quad (1)$$

$$i = aV + bV^2 \quad (2)$$

که در روابط فوق  $A$ ،  $a$ ،  $b$  و  $p$  ضرایب تجربی هستند و  $V$  نشان دهنده سرعت منفذی جریان است. مقدار ضریب  $p$  در رابطه (۱) در جریان‌های کاملاً متلاطم نزدیک به ۲ و در رابطه (۲) نیز تأثیر جمله دوم رابطه بیشتر از جمله اول است. پژوهش‌گران مختلفی اقدام به استخراج رابطه برای ضرایب روابط (۱) و (۲) کرده‌اند در جدول ۱ خلاصه‌ای از روابط بیشتر شناخته شده در این زمینه ارائه شده است.

استفنسون (۱۹۷۹) عمق جریان خروجی از زهکش‌های سنگدانه‌ای را با عمق بحرانی دبی مربوطه یکسان دانست؛ ولی داده‌های آزمایشگاهی بعدی نشان داد که این فرض ادعای درستی نیست. صدقی‌اصل و همکاران (۱۳۸۹) اقدام به کالیبره کردن رابطه استفنسون با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی خود کردند. آن‌ها یک ضریب به ابتدای رابطه استفنسون اضافه نمودند که بستگی به قطر سنگدانه و طول محیط متخلخل داشت. آنان همچنین اظهار کردند که در شیب‌های پایین پروفیل طولی جریان از معادله جریان متغیر تدریجی پیروی می‌کند و با افزایش شیب به سمت شیب‌های تند پروفیل طولی، جریان به حالت جریان ماندگار نزدیک می‌شود.

شایان‌نژاد (۱۳۷۹) اقدام به مدل‌سازی دوبعدی آزمایشگاهی و عددی جریان گذرنده از محیط‌های متخلخل درشت‌دانه کرد. محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفته در آزمایش‌های این پژوهش، دارای شیب‌های جانبی بالادست و پایین‌دست بود که به صورت بدنه سد سنگریزه‌ای درست شد. ایشان در پژوهش‌های خود از

اعماق بالادست و پایین دست فاصله طولی از بالادست، اقطار و سایر مشخصات فیزیکی سنگدانه‌ها ارائه کرد.

مجموعه وسیعی از پیزومترها به منظور ثبت تغییرات فشار درون محیط متخلخل استفاده کرد. روش عددی المان محدود بود. در نهایت رابطه‌ای را بین دبی جریان عبوری،

جدول ۱- مقادیر مختلف پیشنهاد شده برای ضرایب  $a$  و  $b$  در رابطه دوجمله‌ای (نقل از عمادی، ۱۳۸۰ و موسوی، ۱۳۸۹)

$a$	$b$	مؤلف
$150 \frac{u(1-n)^2}{d^2 g n^3}$	$1.75 \frac{(1-n)}{g d n^3}$	ارگان (۱۹۵۲)
$70 \frac{u}{g \cdot n \cdot R_h^2}$	$\frac{0.81}{g \cdot n^{0.5} \cdot R_h}$	مک‌کورکودال و همکاران (۱۹۷۸)
$\frac{u}{g \cdot k}$	$\frac{C'_w}{g \cdot \sqrt{k}}$	وارد (۱۹۶۴)
$1300 \frac{u}{g \cdot d^2 \cdot n}$	$\frac{3.84}{g \cdot d \cdot n^2}$	استفنسون (۱۹۷۹)
$1207.06 \frac{(1-n)^2 \cdot u}{n^3 \cdot g \cdot d^2}$	$1.209 \frac{(1-n)}{n^3 \cdot g \cdot d}$	جنت (۱۹۹۱)
$11(d_{10})^{-1.12}$	$256(d_{10})^{-1.34}$	جوی (۱۹۹۱)

در جدول ۱،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال،  $n$  تخلخل محیط سنگدانه،  $d$  قطر متوسط ذرات تشکیل‌دهنده محیط متخلخل،  $g$  شتاب گرانش،  $R_h$  شعاع هیدرولیکی محیط و  $k$  هدایت هیدرولیکی محیط متخلخل است.

از داده‌های استخراج شده از اشکال ارائه شده در مقاله، همخوانی دقیق پروفیل‌های مشاهداتی و محاسباتی را مورد تردید قرار داد. نتایج نشان داد که داده‌های تئوری ویلکینز و استفنسون برای  $i$  و  $v$  در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی مربوطه همخوانی خوبی باهم نشان نمی‌دهند. ناظمی (۲۰۱۱) نیز پس از انجام یک سری آزمایش و برداشت داده‌های واقعی اقدام به بررسی روش بری و هنسن کرد و گزارش داد که رابطه ارائه شده در پژوهش بری و هنسن در قطرهای از محیط متخلخل، تخمین درستی را نشان نمی‌دهد.

چابک‌پور (۱۳۹۳) با استفاده از رابطه انرژی مخصوص و ترکیب آن با رابطه سرعت منفذی ویلکینز و سپس انتگرال‌گیری مستقیم به ارائه یک رابطه کاربردی برای پروفیل طولی سطح آب اقدام کرد. ایشان رابطه ارائه شده را با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده برای ۲ قطر سنگدانه و ۴ دبی مورد واسنجی و صحت‌سنجی قرار داد و همخوانی خوبی بین داده‌های برداشت شده آزمایشگاهی و رابطه ارائه شده مشاهده کرد.

صدقی اصل و همکاران (۲۰۱۴) از یک حل تحلیلی برای مدل‌سازی پروفیل طولی جریان کاملاً متلاطم در محیط‌های متخلخل سنگدانه‌ای استفاده و نتیجه‌گیری

بری و هنسن (۲۰۰۲) اقدام به ارائه یک مدل هیدرولیکی (FABS) برای مدل‌سازی هیدرولیکی پروفیل طولی سطح آب در جریان‌های یک بعدی کردند. ایشان نیز اشاره کردند که مدل‌سازی جریان درون نهشته‌های سنگی بیشتر از اینکه از قانون دارسی تبعیت کند، از قوانین مدل‌سازی جریان در کانال‌های روباز تبعیت کند، با این تفاوت که پروفیل طولی جریان فقط تابع زبری بستر نیست و مشخصات فیزیکی سنگدانه‌ها و زبری سطحی آن‌ها نیز تأثیرگذار هستند. آن‌ها در مدل خود، از معادله جریان متغیر تدریجی در کانال‌های روباز استفاده کردند و برای مدل‌سازی افت جریان نیز از دو رابطه سرعت منفذی ویلکینز و استفنسون استفاده کردند. نتایج نشان داد که هر دو رابطه با دقت خوبی قادر به تخمین پروفیل طولی جریان هستند. ایشان همچنین از سه میانگین حسابی، هارمونیک و هندسی برای متوسط‌گیری افت طولی استفاده کردند و اختلاف قابل توجهی نیز بین نتایج حاصله مشاهده نکردند.

بازرگان و شعاعی (۲۰۰۶) مدل بری و هنسن را مورد انتقاد قرار داده و اظهار کردند که کار این پژوهش‌گران جامعیت لازم را ندارد و می‌بایستی با داده‌های آزمایشگاهی بیشتری صحت‌سنجی شود. آنان با استفاده

زمان‌برتر است. در این پژوهش سعی شده است تا بر اساس روش‌های حل موجود برای محاسبه پروفیل‌های سطح آب درون محیط‌های سنگدانه‌ای، روشی ارائه شود که ضمن سادگی حل، بیشترین دقت را داشته باشد.

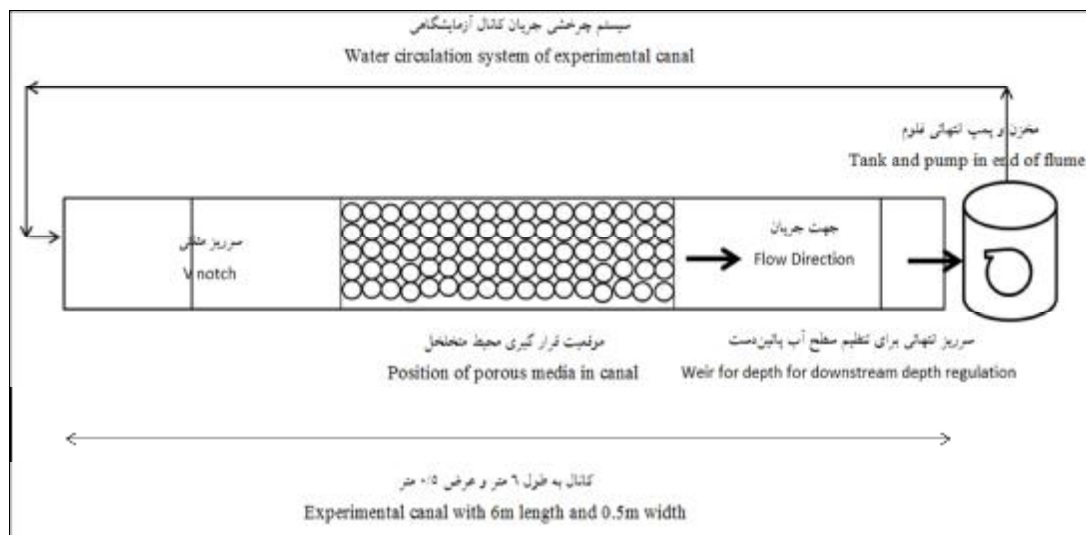
### مواد و روش‌ها

در پژوهش حاضر برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز، از یک فلوم آزمایشگاهی شیب‌پذیر به عرض  $0/5$  متر و طول  $6$  متر و با ارتفاع  $0/65$  متر استفاده شد. سیستم جریان ورودی به داخل فلوم طوری تنظیم شد جریان عبوری از محیط متخلخل نیز به صورت آب صاف بوده و به رایزرهای با هد ثابت آزمایشگاه متصل بودند.

### تجهیزات آزمایشگاهی

در شکل‌های ۱ و ۲ نمای کلی فلوم، تجهیزات و محیط متخلخل استفاده شده برای انجام پژوهش نشان داده شده است.

کردند که رابطه ارائه شده قادر به مدل‌سازی پروفیل طولی جریان در محدوده شیب بسیار متغیر از صفر درجه تا شیب‌های بسیار تند می‌باشد. ایشان برای صحت‌سنجی نتایج خود از داده‌های آزمایشگاهی که در سنگدانه‌های گوشه‌دار و صاف برداشت شده بود، استفاده و تطابق خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی و حل تحلیلی مشاهده کردند. ایشان ادعا نمودند که رابطه ارائه شده با دقت بهتری نسبت به سایر روابط ارائه شده قادر به مدل‌سازی پروفیل جریان است و فرضیات دوپوئی قادر به مدل‌سازی مطلوب پروفیل در نزدیکی خروجی محیط سنگدانه‌ای نیست. در مجموع می‌توان گفت که روش‌های ارائه شده یا به صورت روابط نیمه‌تئوری ارائه شده‌اند که برای حل آن‌ها نیاز به اطلاعات وسیعی در خصوص شیوه کالیبراسیون روابط بر اساس شرایط فیزیکی آزمایشات انجام شده وجود دارد (همانند روش‌های ارائه شده توسط بری و هسن (۲۰۰۲) یا صدقی اصل و همکاران (۲۰۱۴) یا به صورت پیچیده سه بعدی هستند که هرچند اطلاعات بیشتری را ارائه می‌کنند، روش حل آن‌ها نیز به همان میزان پیچیده تر و



شکل ۱- نمای عمومی از فلوم به کار رفته در انجام آزمایش‌ها

است. در این آزمایش‌ها از نمونه‌های محیط متخلخل با زاویه قائم که از دو طرف با دیواره‌های توری فلزی محدود شده بود، استفاده شد. شیب کف فلوم در تمامی آزمایش‌ها نیز به صورت افقی انتخاب و سرعت‌ها و گرادیان‌های مختلف جریان با دبی‌های متفاوت روی محیط متخلخل اعمال شد. در انجام این پژوهش از دو قطر سنگدانه رودخانه‌ای شکسته شده با اندازه متوسط  $16$  و  $30$

جریان ورودی به سیستم آزمایشگاهی ابتدا وارد یک مخزن در بالادست فلوم و سپس از مسیر یک سوریز یک مثلی برای اندازه‌گیری جریان ورودی وارد فلوم شده و در ادامه پس از عبور از درون محیط متخلخل وارد مخزن پایین‌دست می‌شود. محیط‌های متخلخل انتخاب شده برای انجام آزمایش‌ها دارای طول‌های  $100$  و  $193$  سانتی‌متر، عرض  $50$  سانتی‌متر و ارتفاع  $30$  سانتی‌متر

آزمایش‌ها چهار دبی ۱/۳۶، ۲/۰۴، ۲/۸۳ و ۳/۴۹ لیتر بر ثانیه که در هر قطر سنگدانه و طول محیط، گرادیان‌های مختلفی را تولید کردند روی محیط متخلخل اعمال شد. در مجموع شانزده آزمایش برای این منظور انجام شد.



شکل ۲- محیط متخلخل به کار رفته برای انجام آزمایش‌ها

میلی‌متر که قبلاً سرنده شده بودند و به ترتیب دارای تخلخل ۴۳ و ۴۷ درصد بودند، استفاده شد. همچنین در طی آزمایش ارتفاع محیط متخلخل ثابت بود؛ ولی ارتفاع آن طوری تنظیم شده بود که جریان عبوری در تمامی دبی‌ها به صورت کاملاً درون‌گذر از محیط باشد. در این

عمق جریان است و با محاسبه عمق جریان سایر پارامترهای مربوطه نیز محاسبه می‌شود، بنابراین تمامی تلاش پژوهش‌گران یافتن راه‌های ساده‌تر و دقیق‌تر برای محاسبه پروفیل‌های سطح آب است (جنسون، ۲۰۰۴). نهشته‌های طولیل سنگی هم می‌توانند به صورت ستون‌های تحت فشار از سیال و مایع عمل کنند یا مشابه آنچه در برخی سازه‌های سنگریزه‌ای همانند سدهای سنگریزه‌ای و زهکش‌های سنگی اتفاق می‌افتد، به صورت مجاری روباز شبیه‌سازی شوند. برای حل معادله جریان‌های متغیر تدریجی روش‌های بسیار گسترده‌ای از انتگرال‌گیری مستقیم تا روش‌های حل عددی وجود دارد. روش‌های محاسبه پروفیل جریان از یک دیدگاه دیگر نیز در دو گروه روش‌های تک‌مرحله‌ای<sup>۱</sup> و روش‌های تخمین-اصلاح<sup>۲</sup> طبقه‌بندی می‌شوند. در روش‌های تک مرحله‌ای عمق جریان بر اساس تابع  $f(x,y)$  (معادله (۳)) از نقطه قبلی خود که در آن مشخصات جریان معلوم است، به دست می‌آید؛ ولی در روش‌های تخمین-اصلاح عمق جریان بر اساس اطلاعات در دسترس از مقطع قبلی تخمین زده می‌شود و سپس از طریق تکرار و با استفاده از یک تابع اصلاح‌کننده مورد بازبینی قرار می‌گیرد.

### روش انجام آزمایش‌ها

در این پژوهش ابتدا سنگدانه‌ها پس از سرنده شدن و شست‌وشو داخل جعبه توری تهیه شده در داخل فلومی با دارای دیواره‌های قائم ریخته شد و در زیر آن نیز سیستم پیرومتری که از ۲۸ عدد پیرومتر با فاصله ۸ سانتی‌متری برای برداشت پروفیل طولی جریان عبوری از محیط متخلخل تعبیه شده بود. سپس دبی مورد نظر از درون محیط عبور داده شده و از سرریز مثلثی از پیش کالیبره شده‌ای که در ابتدای مخزن ورودی به فلوم تعبیه شده بود، قرائت می‌شد. پس از ثابت شدن مؤلفه‌های جریان عبوری از محیط اقدام به عکس‌برداری از صفحه پیرومترهای تعبیه شده، گردید و پس از رقومی کردن پروفیل طولی برداشت شده، داده‌های مربوطه به ارتفاع بار پیرومتری در محل شبکه پیرومتری تعبیه شده در زیرسازه استخراج شد.

### مبانی نظری پژوهش

برای محاسبه پروفیل سطح آب در نهشته‌های سنگی معمولاً از معادله جریان‌های متغیر تدریجی استفاده می‌شود. برای حل معادله مذکور به‌طور کلی دو گروه روش، شامل روش‌های محاسبه فاصله از روی عمق و همچنین روش‌های محاسبه عمق از روی فاصله وجود دارد. به دلیل اینکه در مجاری روباز معمولاً مجهول اصلی،

1- Single-Step  
2- Predictor-corrector

محاسبه طول و عمق در نقاط مذکور از روابط (۷) و (۸) استفاده می‌شود.

$$x_{i+\frac{1}{2}} = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2} \quad (۷)$$

$$y_{i+\frac{1}{2}} = y_i + \frac{y'_i \Delta x}{2} \quad (۸)$$

و پس از محاسبه شیب منحنی پروفیل طولی در نقطه مذکور عمق جریان در نقطه  $(i+1)$  با استفاده از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$y_{i+1} = y_i + y'_{i+\frac{1}{2}} \Delta x \\ = y_i + f(x_{i+\frac{1}{2}}, y_{i+\frac{1}{2}}) \Delta x \quad (۹)$$

که در روابط فوق:  $x_i$  طول نقطه  $i$  ام،  $y_i$  عمق جریان در نقطه  $x_i$ ،  $y'_{i+\frac{1}{2}}$  شیب پروفیل طولی در نصف فاصله طولی و  $x_{i+\frac{1}{2}}$  نصف فاصله طولی

با استفاده از بسط تیلور می‌توان نشان داد که رابطه اوایلر اصلاح شده دارای دقت مرتبه دوم است

#### روش رانگ - کوتا مرتبه ۴

معادلات (۱۰) تا (۱۴) نشان‌دهنده روابط مربوط به محاسبه پروفیل با این روش می‌باشند و به دلیل اینکه دارای دقت مرتبه ۴ است شیب منحنی با دقت بهتری تخمین زده می‌شود (چاودری، ۲۰۰۸).

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (۱۰)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_1 \Delta x\right) \quad (۱۱)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_2 \Delta x\right) \quad (۱۲)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x, y_i + k_3 \Delta x) \quad (۱۳)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} f(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Delta x \quad (۱۴)$$

که در روابطه فوق  $k_1$  تا  $k_4$  ضرایب اول تا چهارم رابطه رانگ‌کوتا بوده و  $y_{i+1}$  نیز میزان عمق جریان در نقطه‌ای با فاصله طولی  $x_{i+1}$  است. سایر پارامترها نیز قبلاً معرفی شده‌اند.

#### نتایج و بحث

با استفاده از برنامه‌نویسی در نرم‌افزار MATLAB، انجام محاسبات و مقایسه پروفیل مشاهداتی با مقادیر محاسباتی (روابط (۶)، (۹) و (۱۴)) اقدام به رسم اشکال شد. مقایسه پروفیل مشاهداتی با دو روش اوایلر اصلاح شده و رانگ-کوتا مرتبه ۴ برای مقادیر مختلف طولی، دبی و قطر سنگدانه‌های مختلف ارائه شده در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ شد.

$$f(x, y) = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}} \quad (۳)$$

که در رابطه فوق  $S_0$  شیب طولی  $S_f$  شیب خط انرژی،  $Q$  دبی جریان عبوری،  $B$  عرض سطح آزاد آب،  $A$  اندازه سطح مقطع و  $g$  شتاب ثقل می‌باشد.

روش‌های عددی تک مرحله‌ای شامل روش‌های اوایلر<sup>۱</sup>، اوایلر اصلاح شده<sup>۲</sup>، رانگ‌کوتا مرتبه ۴<sup>۳</sup> هستند که در این پژوهش برای مدل‌سازی پروفیل جریان مورد استفاده قرار گرفته‌اند و زیر به طور مختصر معرفی می‌شوند (چاودری، ۲۰۰۸).

#### روش اوایلر

در این روش نرخ تغییر عمق جریان با استفاده از مشتق عمق نسبت به طول در نقطه معلوم محاسبه می‌شود. که در آن اندیس  $i$  مقدار متغیرها در نقطه معلوم  $x_i$  است و مشتق عمق نسبت به طول بوده و از طریق تابع  $f$  محاسبه می‌شود (معادلات (۴) و (۵)). به دلیل اینکه تمامی پارامترهای سمت راست تابع  $f$  معلوم است، بنابراین ما می‌توان نرخ تغییر عمق جریان در نقطه  $x_i$  و  $y_i$  محاسبه و با فرض تغییر خطی عمق در فاصله  $x_i$  تا  $x_{i+1}$ ،  $y_{i+1}$  از طریق رابطه (۶) محاسبه کرد.

$$y' = \left(\frac{dy}{dx}\right)_i = f(x_i, y_i) \quad (۴)$$

$$f(x_i, y_i) = \frac{S_0 - S_{fi}}{1 - Fr_i^2} = \frac{S_0 - S_{fi}}{1 - \frac{Q^2 B_i}{g A_i^3}} \quad (۵)$$

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \Delta x = y_i + f(x_i, y_i) \Delta x \quad (۶)$$

که در معادلات فوق:

$$\Delta x = x_{i+1} - x_i$$

$x_i$  مبین فاصله طولی،  $y_i$  عمق جریان در فاصله  $x_i$  و  $y'_i$  شیب پروفیل طولی در نقطه  $x_i$  است. و سایر پارامترها در روابط قبلی تعریف شده‌اند.

قابل ذکر است که خطای روش اوایلر از مرتبه دوم و دقت این روش از مرتبه اول است.

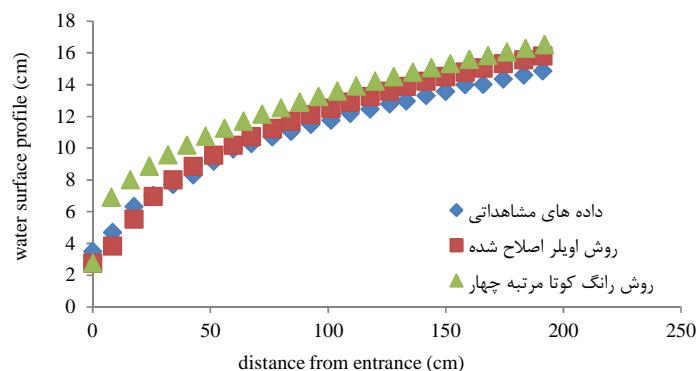
#### روش اوایلر اصلاح شده

در این روش دقت روش اوایلر با استفاده از شیب منحنی  $y = y(x)$  در نقطه  $(x_{i+\frac{1}{2}}, y_{i+\frac{1}{2}})$  افزایش می‌یابد و برای

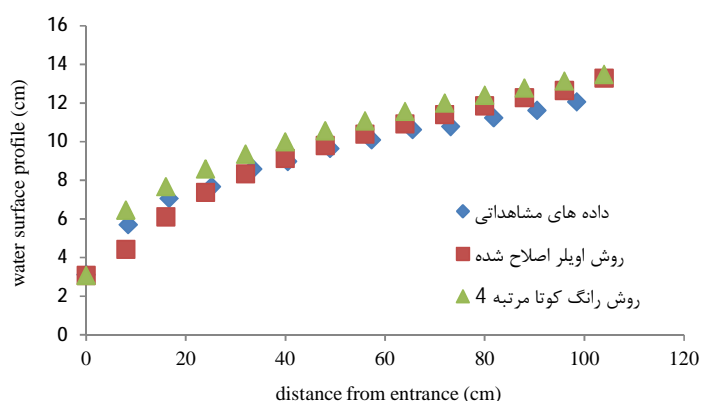
1- Euler

2- Modified Euler

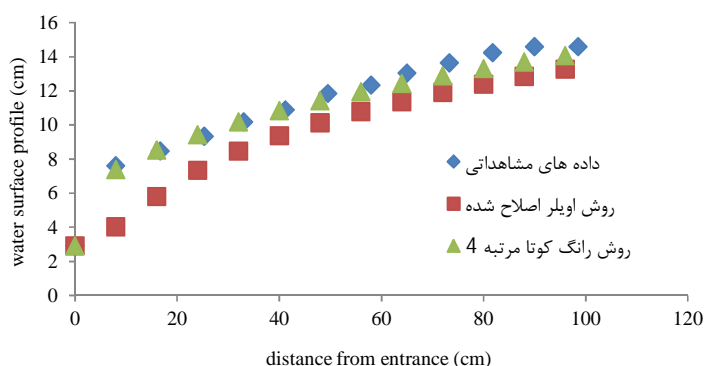
3- Forth-Order Runge-Kutta



شکل ۳- مقایسه پروفیل مشاهداتی با دو روش عددی اویلر اصلاح شده و رانگ کوتاه مرتبه ۴ برای طول ۱۹۳ سانتی‌متر، دبی ۰/۰۰۲۷۲ مترمربع بر ثانیه و قطر سنگدانه ۳۰ میلی‌متر



شکل ۴- مقایسه پروفیل مشاهداتی با دو روش عددی اویلر اصلاح شده و رانگ کوتاه مرتبه ۴ برای طول ۱۰۰ سانتی‌متر، دبی ۰/۰۰۲۷۲ مترمربع بر ثانیه و قطر سنگدانه ۳۰ میلی‌متر



شکل ۵- مقایسه پروفیل مشاهداتی با دو روش عددی اویلر اصلاح شده و رانگ کوتاه مرتبه ۴ برای طول ۱۰۰ سانتی‌متر، دبی ۰/۰۰۲۷۲ مترمربع بر ثانیه و قطر سنگدانه ۱۶ میلی‌متر

به دلیل اینکه روش اویلر نسبت به دو روش دیگر دارای خطای بیشتری بود، لذا در ترسیم اشکال در نظر گرفته نشد. روش اویلر اصلاح شده دارای مقدار RMSE برابر با ۱/۴۸ و متوسط  $R^2$  برابر با ۰/۸۴ برای تمامی پروفیل‌های ثبت شده است و روش رانگ کوتاه مرتبه ۴ دارای متوسط  $R^2$  برابر با ۰/۹ و RMSE برابر با ۱/۱۹ سانتی‌متر است همچنین سایر شاخص‌های آماری همانند شاخص حداکثر خطا (ME)، شاخص میانگین قدرمطلق خطا (MAE)، شاخص ضریب باقی‌مانده جرمی (CRM) و شاخص کفایت (EF) نیز مورد بررسی قرار گرفت و مقادیر محاسبه شده

به دلیل اینکه روش اویلر نسبت به دو روش دیگر دارای خطای بیشتری بود، لذا در ترسیم اشکال در نظر گرفته نشد. روش اویلر اصلاح شده دارای مقدار RMSE برابر با ۱/۴۸ و متوسط  $R^2$  برابر با ۰/۸۴ برای تمامی پروفیل‌های ثبت شده است و روش رانگ کوتاه مرتبه ۴ دارای متوسط

در جدول ۲ ارائه شد. با در نظر گرفتن جمیع پارامترهای محاسبه شده می توان نتیجه گرفت که روش رانگ کوتاه مرتبه ۴ نسبت به دو روش دیگر دارای تخمین دقیق تری است.

جدول ۲- شاخص های آماری بررسی شده برای روش های مدل سازی پروفیل سطح آب

شاخص ضریب تعیین (R2)	شاخص ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)	شاخص حداکثر خطا (سانتی متر) (ME)	شاخص میانگین قدر مطلق خطا (سانتی متر) (MAE)	شاخص ضریب باقی مانده برمی (CRM)	شاخص کیفیت (بی بعد) (BF)
۰/۸۴	۱/۴۸	۲/۵۱	۱/۴	۰/۰۷۱	۱/۰۳
۰/۹	۱/۱۹	۲/۲۸	۱/۳۴	۰/۰۸۷	۰/۹۵

همکاران (۱۳۸۹) با مقایسه رابطه استفسون با داده های آزمایشگاهی خود مشاهده کرد که میزان عمق خروجی به طور متوسط ۲/۳۵ برابر عمق به دست آمده از رابطه استفسون است؛ لذا ایشان پارامتر  $\Gamma$  را به عنوان پارامتر واسنجی به ابتدای رابطه اضافه کرد (رابطه (۱۶)). پارامتر این پژوهش گران با داده های آزمایشگاهی به دست آمده در این پژوهش مورد واسنجی قرار گرفت و مشاهده شد که این پارامتر با تغییر در طول و دانه بندی محیط متخلخل تغییر می کند. مقدار  $\Gamma$  برای طول محیط ۱۰۰ سانتی متر به ترتیب با قطر سنگدانه ۱۶ و ۳۰ میلی متر برابر با ۱/۸۳ و ۲/۰۵، همچنین برای محیط با طول ۱۹۳ سانتی متر به ترتیب برای محیط با قطر سنگدانه ۱۶ و ۳۰ میلی متر برابر با ۱/۵۸ و ۱/۸۴ به دست آمد.

$$y_c = \left(\frac{q^2}{n^2 g}\right)^{1/3} \quad (15)$$

$$y_{exit} = \Gamma \left(\frac{q^2}{n^2 g}\right)^{1/3} \quad (16)$$

که در رابطه فوق  $q$  دبی واحد عرض،  $n$  تخلخل محیط سنگدانه ای،  $y_c$  عمق بحرانی در دبی  $q$ ،  $y_{exit}$  عمق جریان خروجی از محیط سنگدانه ای و  $\Gamma$  ضریب آزمایشگاهی است.

از جمله مزیت های روش های عددی به کار گرفته شده در این پژوهش عدم وابستگی آن ها به مشخصات فیزیکی محیط متخلخل است (البته به جز در نقطه خروجی که شرط مرزی شروع محاسبات است). قابل ذکر است که یکی از مهم ترین موارد در حل عددی معادله متغیر تدریجی تخمین صحیح شیب خط انرژی است که در این پژوهش، از معادله سرعت منفذی ویلکینز (رابطه (۱)) به صورت  $i = 22.5V^2$  استفاده شد. ضرایب رابطه ویلکینز

باتوجه به نوع رژیم جریان رخ داده (جریان زیر بحرانی به جز در برخی از دبی ها و فقط در قسمت خروجی) و اعداد فرود محاسبه شده رژیم جریان زیر بحرانی بود و محاسبه پروفیل طولی از پایین دست به بالادست انجام شد. یکی از مهم ترین قسمت های پروفیل، بخش ابتدایی آن است که داده های برداشت شده شیب بسیار بیشتری را نسبت به سایر قسمت های پروفیل نشان می دهند و به همین دلیل روش هایی که از تعداد نقطه بیشتری برای محاسبات استفاده می کنند (همانند رانگ کوتاه مرتبه ۴)، در این بخش از پروفیل خطای بیشتری دارند. در روش های عددی به کار گرفته شده در انجام این پژوهش، نقطه خروج جریان به عنوان محل شروع محاسبات و شرط مرزی پایین دست در نظر گرفته و از طریق برداشت داده مشاهداتی، مقدار آن مشخص شد. در صورتی که نقطه خروجی نیز در انجام محاسبات پروفیل مجهول باشد، می توان از روش های استفسون (۱۹۷۹)، صدقی اصل و همکاران (۱۳۸۹) و چابک پور (۱۳۹۳) که همگی آن ها بر اساس عمق بحرانی دبی مربوطه و کالیبراسیون با استفاده از داده های آزمایشگاهی به دست آمده اند، استفاده کرد.

عمق جریان خروجی از محیط متخلخل از پارامترهای مهم در محاسبات پروفیل جریان است که به عنوان شرط مرزی در محاسبات وارد می شود. چون محاسبات پروفیل از پایین دست به سمت بالادست انجام می شود؛ بنابراین تخمین دقیق آن در دقت انجام محاسبات تأثیر زیادی دارد. استفسون (۱۹۷۹) معتقد بود که عمق جریان خروجی از محیط متخلخل با عمق بحرانی در محیط سنگریز برابر است (رابطه (۱۵)) البته ایشان رابطه خود را برای داده های آزمایشگاهی کالیبره نکرد. صدقی اصل و



رساله دکتری در رشته سازه‌های آبی، گروه آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران. ۲۴۹ ص.

۲. شایان‌نژاد م. ۱۳۷۹. بررسی و مدل سازی جریان در سدهای پاره سنگی و کاربرد آن در کنترل سیلاب.

رساله دکتری علوم و مهندسی آبیاری، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس. ۲۳۱ ص.

۳. صدقی اصل م. رحیمی ح. فرهودی ج. و سامانی ج. م. و. ۱۳۸۹. تجزیه و تحلیل پروفیل‌های جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه. مجله پژوهش آب. ۷(۴): ۸۱-۸۸.

۴. عمادی ع. ۱۳۸۰. شبیه‌سازی یک بعدی انتقال رسوبات غیر چسبنده در سدهای تأخیری پاره سنگی، پایان‌نامه دوره کارشناسی‌ارشد، دانشگاه تربیت مدرس. ۱۲۰ ص.

۵. موسوی س. ع. ۱۳۸۹. بررسی رابطه بین دانه‌بندی سد طراوای نفوذپذیر و ظرفیت انتقال رسوبات غیرچسبنده. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد در رشته سازه‌های آبی، گروه آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران. ۱۲۵ ص.

1. Bari R. and Hansen D. 2002. Application of gradually varied flow algorithms to simulate buried streams. *Journal of Hydraulic Research*. 40(6): 673-683.
2. Bazargan J. and Shoaie M. 2006. Discussion on Application of gradually varied flow algorithms to simulate buried streams. *Journal of Hydraulic Research*. 44(1): 138-141.
3. Chanson H. 2004. *Hydraulics of Open Channel Flow*, Second Edition, Elsevier Butterworth-Heinemann Linacre House, Jordan Hill, Oxford.
4. Chaudhry H. 2008. *Open channel flows*, Second Edition, Springer Science, Spring Street, New York, NY10013, USA.
5. Chapokpour J. Amiri-Tokaldany E. and Sedghiasl. M. 2013. Estimation of Friction coefficient in sediment contained flow through rockfill. *International Journal of Engineering*. 26(1): 443-452.
6. Ergun S. 1952. Fluid flow through packed columns. *Chemical engineering progress*. 48(2): 89-94.
7. Gent M. R. A. 1991. Formulae to describe porous flow. *Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering*. ISSN: 0169-6548 NO.92- 2. Delft University of Technology. Delft. Netherlands. 51 p.
8. Hansen D. 1992. The behavior of flow through rockfill dams. Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, University of Ottawa, Ottawa,

توسط داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده به دست آمده است. توان ۲ نشان‌دهنده برقرار شدن جریان کاملاً متلاطم در منافذ سنگ‌دانه‌ها و ضریب ۲۲/۵ نیز تقریبی از شعاع هیدرولیکی سنگ‌دانه‌های استفاده شده در انجام آزمایش‌ها است.

### نتیجه‌گیری

تخمین درست و منطقی پروفیل جریان‌های درون‌گذر عبوری از محیط‌های متخلخل درشت‌دانه برای مقاصد عملی بسیار حائز اهمیت است. به دلیل متداول بودن استفاده از معادله جریان‌های متغیر تدریجی در این نوع جریان‌ها، در این پژوهش نیز از معادله جریان متغیر تدریجی استفاده شد. روش‌های زیادی برای حل این معادله وجود دارد، ولی برای سادگی کار و استفاده نکردن از روابط نیمه تئوری که قبلاً محققین استفاده کرده بودند در این پژوهش از روش‌های عددی مستقیم برای حل معادله مذکور استفاده شد. از سه روش اویلر، اویلر اصلاح شده و رانگ کوتا مرتبه ۴، روش رانگ کوتا مرتبه ۴ دارای بهترین تخمین برای برآورد پروفیل طولی جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه است. نکته حائز اهمیت در تخمین صحیح پروفیل، اعمال ارتفاع خروجی جریان از درون محیط می‌باشد که یا باید به صورت مشاهداتی برداشت شود و یا با استفاده از ترکیب رابطه استفسون با ضرائب آزمایشگاهی تخمین زده شود. روش رانگ کوتا به دلیل اینکه در برآورد شیب خط پروفیل از تعداد بیشتری نقطه نسبت به روش‌های دیگر استفاده می‌کند، در ابتدای پروفیل دارای شیب زیادی است؛ و لذا نقاط تخمین زده شده با داده‌های مشاهداتی فاصله بیشتری دارند که رفته رفته با حرکت به سمت انتهای پروفیل، فاصله داده‌های مشاهداتی با محاسباتی کمتر می‌شود. به عنوان پیشنهاد، می‌توان گفت در صورتی که برای محاسبه پروفیل طولی جریان درون نهشته‌های طولیل سنگی از ترکیب دو روش اویلر اصلاح شده (برای چندین نقطه ابتدایی پروفیل) و رانگ کوتا مرتبه ۴ (برای مابقی پروفیل) استفاده شود، نتایج بهتری حاصل خواهد شد.

### منابع

۱. چابک‌پور ج. ۱۳۹۳. مطالعه رفتار جریان حاوی رسوبات معلق درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه.

- Ontario. p. 103-111.
9. Joy D. M. 1991. Non-linear Porous Media Flow and determination of parameters for a coarse granular media. 13th Canadian congress of applied mechanical. Winnipeg, Canada.
  10. McCorquodal J. A. Hannoura A. A. and Nasser M. S. 1978. Hydraulic Conductivity of Rock-fill. *Journal of Hydraulic Research*. 16(2): 123-137.
  11. Nazemi A. 2011. Flow hydraulics and sediment transport through pervious rockfill detention dams. Ph.D Thesis, University of Putra, Putra, Malaysia. 177 p.
  12. Sedgiasl. M. Farhoudi J. Rahimi H. and Hartmann S. 2014. An Analytical Solution for 1-D Non-Darcy Flow through Slanting Coarse Deposits. *Transport in porous media*. 104(3):565-579.
  13. Stephenson D. 1979. Rockfill in hydraulic engineering. Elsevier, Amsterdam. The Netherlands.
  14. Ward J. C. 1964. Turbulent flow in porous media. *Journal of Hydraulic Division*. ASCE. 90(HY5) 1-12.
  15. Wilkins J. 1956. Flow of water through rockfill and its application to the design of dams. Paper presented at the 2<sup>nd</sup> Australia New Zealand Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Adelaide, Australia.