

## تخمین ضریب انتشار طولی رودخانه‌ها با استفاده از مدل رگرسیون غیرخطی

بهزاد قیاسی<sup>۱</sup>، روح‌اله نوری<sup>۲\*</sup>، عبدالرضا کرباسی<sup>۳</sup> و ژیکیانگ دنگ<sup>۴</sup>

### چکیده

با وجود مطالعات متنوع در زمینه پیش‌بینی ضریب انتشار طولی (*LDC*) در رودخانه‌های طبیعی، نبود مطالعه‌ای جامع برای بررسی اثر الگوهای متنوع از پارامترهای هیدرولیکی و هندسی بر این پدیده احساس می‌شود. همچنین دقت نامناسب مدل‌های ارائه شده برای پیش‌بینی *LDC* یا کاربرپسند نبودن برخی آنها از دیگر چالش‌های موجود در این زمینه است. بنابراین هدف اصلی این پژوهش، بررسی الگوهای متنوع پیش‌بینی *LDC* با استفاده از تحلیل رگرسیونی است. برای این منظور مراحل واسنجی و صحت‌سنجی مدل‌های تخمین *LDC* با استفاده از الگوهای متنوعی از اطلاعات هیدرولیکی و هندسی چندین رودخانه در آمریکا انجام پذیرفت. نتایج این پژوهش مشخص کرد که از بین الگوهای متنوع ورودی، الگوی شامل پارامتر انحنای رودخانه دارای بهترین عملکرد برای مدل پیش‌بینی *LDC* می‌باشد؛ هرچند که دبی تأثیری بر عملکرد مدل نداشت. همچنین با حذف عدد ثابت از معادله به دست آمده، عملکرد مدل بهبود یافت. مدل مذکور در مراحل واسنجی و صحت‌سنجی از ضریب تعیین ( $R^2$ ) به ترتیب معادل ۰/۹۹۳ و ۰/۹۳۸ برخوردار بود. در نهایت بر مبنای مقایسه بین مدل توسعه داده شده در این پژوهش و دیگر مطالعات، مشخص شد که این مدل دارای عملکرد بهتری نسبت به دیگر مدل‌ها برای تخمین *LDC* است.

**واژه‌های کلیدی:** انتشار آلودگی، رودخانه، رگرسیون غیرخطی، ضریب انتشار طولی.

**ارجاع:** قیاسی ب. نوری ر. کرباسی ع. و دنگ ژ. ۱۳۹۶. تخمین ضریب انتشار طولی رودخانه‌ها با استفاده از مدل رگرسیون غیرخطی. مجله پژوهش آب ایران. ۲۴: ۹۷-۱۰۸.

۱- دانشجوی دکتری مهندسی محیط‌زیست- منابع آب، دانشکده تحصیلات تکمیلی محیط‌زیست، دانشگاه تهران.

۲- استادیار مهندسی محیط‌زیست، دانشکده تحصیلات تکمیلی محیط‌زیست، دانشگاه تهران.

۳- دانشیار مهندسی محیط‌زیست، دانشکده تحصیلات تکمیلی محیط‌زیست، دانشگاه تهران.

۴- استاد گروه منابع آب، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه ایالتی لوئیزیانا.

\* نویسنده مسئول: [noor@ut.ac.ir](mailto:noor@ut.ac.ir)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۳/۰۱

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۹/۱۳

## مقدمه

مقدار انتگرال سه‌گانه با عبارتی ساده‌تر جایگزین شده است. لذا با توجه به هدف این پژوهش که به کارگیری تجارب مطالعات گذشته و ارائه یک روش بر مبنای رگرسیون غیرخطی برای تعیین  $LDC$  است، در ادامه مروری بر مهم‌ترین تحقیقات انجام شده در این زمینه می‌شود. اکبرزاده و همکاران (۱۳۸۹) با بررسی عدم قطعیت مدل‌های هوشمند در تخمین  $LDC$  با استفاده از روش مونت-کارلو دریافتند که هرچند امکان دارد دقت مدل مناسب باشد، ولی موجب نمی‌شود عدم قطعیت آن مدل نیز مناسب باشد. پارسایی و حقی‌آبی (۱۳۹۲) با ارزیابی روابط تجربی و مدل‌های هوش مصنوعی ارائه شده برای تخمین  $LDC$  در دو رودخانه Narew و Severn، برتری مدل‌های هوشمند را نتیجه گرفتند. تیلور (۱۹۵۴) اولین شخصی بود که  $LDC$  را به عنوان تابعی از فرآیند پراکندگی طولی یک بعدی توسط معادله انتقال-پخش بیان کرد. فیشر (۱۹۷۵) برای تعیین  $LDC$  رابطه‌ای تجربی بر مبنای مشخصات هیدرولیکی و هندسی مقطع رودخانه ارائه داد که برای تخمین اولیه مناسب بود؛ ولی نسبت به مقدار واقعی،  $LDC$  را کمتر تخمین می‌زد. در تحقیقی دیگر سئو و چئونگ (۱۹۹۸) با استفاده از روش رگرسیونی یک مرحله‌ای هابر و با استفاده از اطلاعات میدانی ۲۶ رودخانه در آمریکا، مدلی برای تعیین  $LDC$  در رودخانه‌های طبیعی ارائه کردند که از ضریب همبستگی ( $R$ ) معادل ۰/۷۵ برخوردار بود. دنگ و همکاران (۲۰۰۱) رابطه‌ای برای تعیین  $LDC$  معرفی کردند که علاوه بر مشخصات هیدرولیکی و هندسی رودخانه، آثار اختلاط عرضی را نیز شامل می‌شد. تیفور و سینگ (۲۰۰۵) با استفاده از ترکیب‌های مختلف از مشخصات هیدرولیکی و هندسی جریان به عنوان ورودی مدل شبکه عصبی مصنوعی<sup>۹</sup> (ANN) نشان دادند که برخلاف روابطی که تا آن زمان ارائه شده بود،  $LDC$  ارتباطی با برخی از ترکیبات پارامترهای ورودی تعریف شده، همچون سرعت جریان به عنوان تنها پارامتر ورودی ندارد. آنها نشان دادند که پارامتر دبی برای مقدار کم  $LDC$  مناسب است و برای جریان‌های با عرض کم از پارامترهای مشخصات هیدرولیکی رودخانه شامل سرعت و سرعت برشی جریان برای تخمین  $LDC$  می‌توان استفاده کرد. نوری و همکاران (۲۰۰۹ و ۲۰۱۰) در تحقیقاتی جداگانه استفاده از ANN،

بررسی فرآیند پخش در رودخانه‌های طبیعی در کنترل آلودگی، میزان پخش آن و در مدیریت محیط‌زیست محیط‌های آبی اهمیت زیادی دارد. فرآیند پخش آلودگی و شدت و ضعف آن در محیط‌های آبی تابعی از ضریب پخش است که در مدل‌سازی آلودگی با استفاده از معادلات انتقال-پخش<sup>۱</sup> مواد آلاینده به صورت ضریبی ثابت مورد استفاده می‌شود. در رودخانه‌های طبیعی به دلیل عمق و عرض اندک آن‌ها نسبت به طول، معمولاً غالب تغییرات هیدرودینامیک و کیفیت آب در طول رودخانه است و در مسائل کاربردی با دقت قابل قبولی رودخانه‌ها به عنوان سیستم یک بعدی مدل‌سازی می‌شوند. با توجه به این واقعیت معمولاً از ضریب پخش در راستای عرضی و عمودی رودخانه صرف‌نظر می‌شود و به دلیل اهمیت زیاد پخش آلودگی در طول رودخانه، ضریب انتشار طولی<sup>۲</sup> ( $LDC$ ) برای مدل‌سازی آلودگی در مدل‌های عددی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود. بنابراین گام اول در مدل‌سازی آلودگی رودخانه‌ها، تعیین  $LDC$  است که خود به عنوان موضوعی تحقیقاتی مهم طی نیم قرن اخیر مورد توجه محققان زیادی بوده است. تاکنون مطالعات تعیین  $LDC$  منجر به معرفی روش‌های زیادی از قبیل روابط تجربی<sup>۴</sup> (فیشر، ۱۹۶۷)، روابط تحلیلی<sup>۵</sup> (دنگ و همکاران، ۲۰۰۱)، روابط آماری<sup>۶</sup> (سئو و چئونگ، ۱۹۹۸)، مطالعات آزمایشگاهی و میدانی<sup>۷</sup> (هو و همکاران، ۲۰۰۶ و کلارک و همکاران، ۱۹۹۶) و همچنین روش‌های برمبنای مدل‌های هوش مصنوعی<sup>۸</sup> (تیفور و سینگ، ۲۰۰۵؛ نوری و همکاران، ۲۰۰۹ و نوری و همکاران، ۲۰۱۷) شده است. به طور کلی دامنه تغییرات  $LDC$  در رودخانه‌های طبیعی بسته به خصوصیات جریان و هندسه مقطع بسیار متغیر است و با فرضیات ساده‌کننده‌ای که در اکثر روش‌ها وجود دارد، تخمین دقیق این پارامتر پیچیده را دشوار کرده است. به عنوان مثال در اکثر روابط، اثر اختلاط عرضی که در تحقیق دنگ و همکاران (۲۰۰۱) به آن اشاره شده است، در نظر گرفته نشده و در رابطه فیشر (۱۹۷۵)،

- 1- Advection-Diffusion
- 2- Longitudinal Dispersion Coefficient (LDC)
- 3- Numerical Models
- 4- Empirical Methods
- 5- Analytical Methods
- 6- Statistical Methods
- 7- Experimental and Field Studies
- 8- Artificial Intelligence

به گونه‌ای که فقدان مطالعه‌ای جامع برای جمع‌بندی و پیشنهاد بهترین روش برای تخمین  $LDC$  احساس می‌شود. بنابراین در این پژوهش با توجه به مطالب مذکور در مورد عیب‌های هریک از روش‌های ارائه شده برای تخمین  $LDC$ ، رویکرد استفاده از مدل کلاسیک رگرسیون غیرخطی به دلیل کاربرپسندتر بودن نسبت به دیگر روش‌ها و همچنین کاربردی و کم‌هزینه‌تر بودن نسبت به روش‌های هوش مصنوعی و مطالعات آزمایشگاهی، استفاده شده است. همچنین با استفاده از روش رگرسیون غیرخطی حالت‌های مختلف و ممکن ورودی‌ها به مدل برای تخمین  $LDC$  مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند و با مقایسه نتایج به دست آمده بهترین گزینه از ترکیب پارامترهای ورودی به مدل برای پیش‌بینی  $LDC$  ارائه شده است. در نهایت نیز با مقایسه نتایج این تحقیق با تحقیقات مشابه، عملکرد روش پیشنهادی این تحقیق مورد ارزیابی قرار گرفته است.

### مواد و روش‌ها

#### اطلاعات تحقیق

داده‌های مورد استفاده در این تحقیق برای تخمین  $LDC$  شامل ۶۱ مجموعه داده پارامترهای هیدرولیکی مانند سرعت جریان ( $U$ )، سرعت برشی جریان ( $U^*$ ) و دبی جریان ( $Q$ ) و همچنین مشخصات هندسی مقطع اندازه‌گیری رودخانه مانند عمق جریان ( $H$ )، عرض جریان ( $W$ ) و انحنای رودخانه ( $\sigma$ ) برداشت شده از مقاطع مختلف ۳۱ رودخانه در آمریکا است (تیفور، ۲۰۰۶). این اطلاعات به عنوان پارامترهای ورودی برای مدل رگرسیون غیرخطی مورد استفاده قرار خواهند گرفت. از این مجموعه ۶۱ داده، حدود ۷۰ درصد (۴۳ داده) برای واسنجی و ۳۰ درصد بقیه (۱۸ داده) نیز برای صحت‌سنجی مدل استفاده خواهد شد. مقدار اندازه‌گیری شده  $LDC$  از طریق آزمایش رهاسازی ماده ردیاب و با استفاده از اطلاعات غلظت آلودگی-زمان که در ایستگاه‌های بالادست و پایین‌دست ثبت می‌شود، محاسبه می‌شود. فیشر در سال ۱۹۶۸ روش گشتاورها را برای برآورد  $LDC$  با استفاده از روابط زیر پیشنهاد کرده است:

$$LDC = \frac{U^2}{2} \times \frac{\sigma_{td}^2 - \sigma_m^2}{\bar{t}_d - \bar{t}_m} \quad (1)$$

در این رابطه  $\sigma^2$  واریانس تغییرات غلظت نسبت به زمان

ماشین بردار پشتیبان (SVM)<sup>۱</sup> و سیستم استنتاج فازی-عصبی تطبیقی (ANFIS)<sup>۲</sup> را برای تخمین با دقت بالای  $LDC$  پیشنهاد کردند. تیفور (۲۰۱۱) به معرفی سه مدل هوشمند ANN، منطق فازی و الگوریتم ژنتیک برای استفاده در مطالعات مهندسی منابع آب (مانند تعیین ضریب پخش رودخانه‌ها) پرداخت. عظمت... و فوجانوو (۲۰۱۱) با بهره‌گیری از مدل هوشمند SVM و استفاده از داده‌های وسیع برای شرایط مختلف جریان،  $LDC$  را با دقت خوبی تخمین زده و مقدار  $R^2$  و RMSE این مدل در مرحله صحت‌سنجی به ترتیب برابر ۰/۸۶ و ۲/۲۳۴ به دست آمد. به هر حال باید توجه کرد که استفاده از روش‌های تجربی و همچنین آزمایشگاهی با محدودیت‌های فراوانی همراه هستند. برای مثال روابط تجربی عملاً بعد از بازه‌ای که فرآیند پخش و انتقال ماده آلاینده به حالت توازن درآیند، قابل استفاده است (سنو و چئونگ، ۱۹۹۸). روش‌های آزمایشگاهی نیز علاوه بر هزینه‌بر بودن (کلارک و همکاران، ۱۹۹۶) می‌تواند آثار مضر بر محیط‌زیست آبی به دلیل استفاده از برخی ردیاب‌های خاص و مضر، داشته باشد (هو و همکاران، ۲۰۰۶). مدل‌های هوش مصنوعی نیز اگرچه طی سال‌های اخیر از عملکرد مناسبی برای پیش‌بینی  $LDC$  برخوردار بوده‌اند؛ اما همواره عدم قطعیت این مدل‌ها می‌تواند به عنوان عاملی مزاحم، محدودکننده استفاده از نتایج آن‌ها باشد. همچنین عملکرد این مدل‌ها که دقیقاً مانند یک مدل جعبه سیاه<sup>۳</sup> عمل می‌کنند، استفاده از نتایج آن‌ها را نسبت به روش‌های تجربی مشکل‌تر می‌کند. مشکل دیگر در مطالعات انجام شده برای تخمین  $LDC$  استفاده از الگوهای متنوع و مختلف پارامترهای ورودی برای پیش‌بینی این پارامتر بوده است. بر مبنای تحلیل ابعادی، پارامتر  $LDC$  به عنوان تابعی غیرخطی از پارامترهای سرعت جریان، سرعت برشی جریان، عرض رودخانه و همچنین عمق جریان گزارش شده است (سنو و چئونگ، ۱۹۹۸). برخی مطالعات دیگر نیز با افزودن پارامترهای دیگر مانند دبی و انحنای رودخانه به چهار پارامتر مذکور سعی کرده‌اند به ارائه مدلی با دقت بهتر اقدام کنند (تیفور و سینگ، ۲۰۰۵). متأسفانه این مطالعات هر کدام به صورت مجزا و با اطلاعات متفاوت از یکدیگر انجام شده‌اند؛

1- Support Vector Machine

2- Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System

3- Black-Box

جریان (متر بر ثانیه) و  $LDC$  ضریب انتشار طولی (مترمربع بر ثانیه) است.

همچنین علاوه بر رابطه فوق، برخی پژوهش‌گران با مبنا قرار دادن رابطه (۱) و استفاده کردن از پارامترهایی مانند  $Q$  و  $\sigma$  سعی در بهبود تخمین  $LDC$  کرده‌اند (دنگ و همکاران، ۲۰۰۲). می‌توان با لحاظ کردن پارامتر دبی و انحنای رودخانه، فرمول‌های (۵) تا (۷) را نیز برای تخمین  $LDC$  مورد ارزیابی قرار داد.

$$\frac{LDC}{Hu_*} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \left( \frac{W}{H} \right)^c Q^d \quad (5)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \left( \frac{W}{H} \right)^c \sigma^d Q^e \quad (6)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \left( \frac{W}{H} \right)^c \sigma^d \quad (7)$$

همان‌طور که از روابط (۴) تا (۷) مشخص است، این روابط فرمولی غیرخطی برای تخمین  $LDC$  ارائه می‌کنند که در این پژوهش از روش رگرسیون غیرخطی برای تخمین ضرایب ثابت آن‌ها استفاده خواهد شد. معمولاً برای حل مسائل غیرخطی، رویکرد خطی‌سازی معادله اصلی بسیار مناسب است. برای این منظور می‌توان از دو روش تبدیل (Transformation) یا جداسازی (Segmentation) استفاده نمود. در این تحقیق با استفاده از تبدیل لگاریتمی، روابط (۴) تا (۷) خطی‌سازی شد که فرم خطی‌سازی شده آن به ترتیب توسط فرمول‌های (۸) تا (۱۱) نشان داده شده است. با توجه به رابطه (۸) تا (۱۱) مشخص است که این روابط خطی بوده و شکل نهایی آن‌ها به صورت یک معادله رگرسیون خطی چندمتغیره قابل ارائه است. در ادامه برای به دست آوردن ضرایب مجهول در این رابطه می‌توان با یک رگرسیون خطی چندمتغیره، به جواب مورد نظر دست یافت (نوری و همکاران، ۲۰۰۸).

(پراکندگی منحنی غلظت زمان) است.  $\bar{t}_d$  و  $\bar{t}_u$  به ترتیب زمان حرکت از محل تخلیه ماده ردیاب تا مرکز ثقل منحنی در پایین‌دست و بالادست،  $U$  سرعت جریان و زیرنویس‌های  $u$  و  $d$  به ترتیب نشان‌دهنده بالادست و پایین‌دست هستند. واریانس تغییرات غلظت با زمان را می‌توان از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^{t_{0.01}} ct^2 dt}{\int_0^{t_{0.01}} c dt} - \bar{t}^2 \quad (2)$$

همچنین زمان حرکت از محل تخلیه تا مرکز ثقل منحنی را می‌توان از طریق رابطه زیر به دست آورد:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{t_{0.01}} ctdt}{\int_0^{t_{0.01}} c dt} \quad (3)$$

در این روابط  $t_{0.01}$  زمانی است که غلظت آلودگی به ۰/۰۱ مقدار حداکثر خود در منحنی پاسخ کاهش داده می‌شود و  $c$  غلظت ماده رنگی می‌باشد. (کارآموز و کراچیان، ۱۳۸۲).

#### توسعه مدل $LDC$ با استفاده از رگرسیون غیرخطی

جهت تعیین  $LDC$  تلاش‌های زیادی صورت گرفته است. اکثر این مطالعات رابطه (۱) را به عنوان فرمولی پایه که بیانگر ارتباط  $LDC$  با مشخصات هیدرولیکی و هندسی رودخانه است، مورد استفاده قرار داده‌اند (سئو و چونگ، ۱۹۹۸؛ دنگ و همکاران، ۲۰۰۲؛ ساهای و دوتا، ۲۰۰۹؛ ژنگ و هوآی، ۲۰۱۴). با داشتن فرم کلی معادله (۱) و در اختیار داشتن  $LDC$  به ازای مقدار مختلف مشخصات هیدرولیکی و هندسی جریان می‌توان پارامترهای مجهول و ثابت  $a$ ،  $b$  و  $c$  را با استفاده از روش‌های رگرسیونی محاسبه نمود.

$$\frac{LDC}{Hu_*} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \left( \frac{W}{H} \right)^c \quad (4)$$

در رابطه بالا  $W$  عرض جریان (متر)،  $H$  ارتفاع جریان (متر)،  $U$  سرعت جریان (متر بر ثانیه)،  $u^*$  سرعت برشی

$$\ln \left( \frac{LDC}{Hu_*} \right) = \ln(a) + b \times \ln \left( \frac{U}{u_*} \right) + c \times \ln \left( \frac{W}{H} \right) \Rightarrow Y = \text{Cons.} + bX_1 + cX_2 \quad (8)$$

$$\ln \left( \frac{LDC}{Hu_*} \right) = \ln(a) + b \times \ln \left( \frac{U}{u_*} \right) + c \times \ln \left( \frac{W}{H} \right) + d \times \ln(Q) \Rightarrow Y = \text{Cons.} + bX_1 + cX_2 + dX_3 \quad (9)$$

$$\ln \left( \frac{LDC}{Hu_*} \right) = \ln(a) + b \times \ln \left( \frac{U}{u_*} \right) + c \times \ln \left( \frac{W}{H} \right) + d \times \ln(\sigma) + e \times \ln(Q) \Rightarrow Y = \text{Cons.} + bX_1 + cX_2 + dX_3 + eX_4 \quad (10)$$

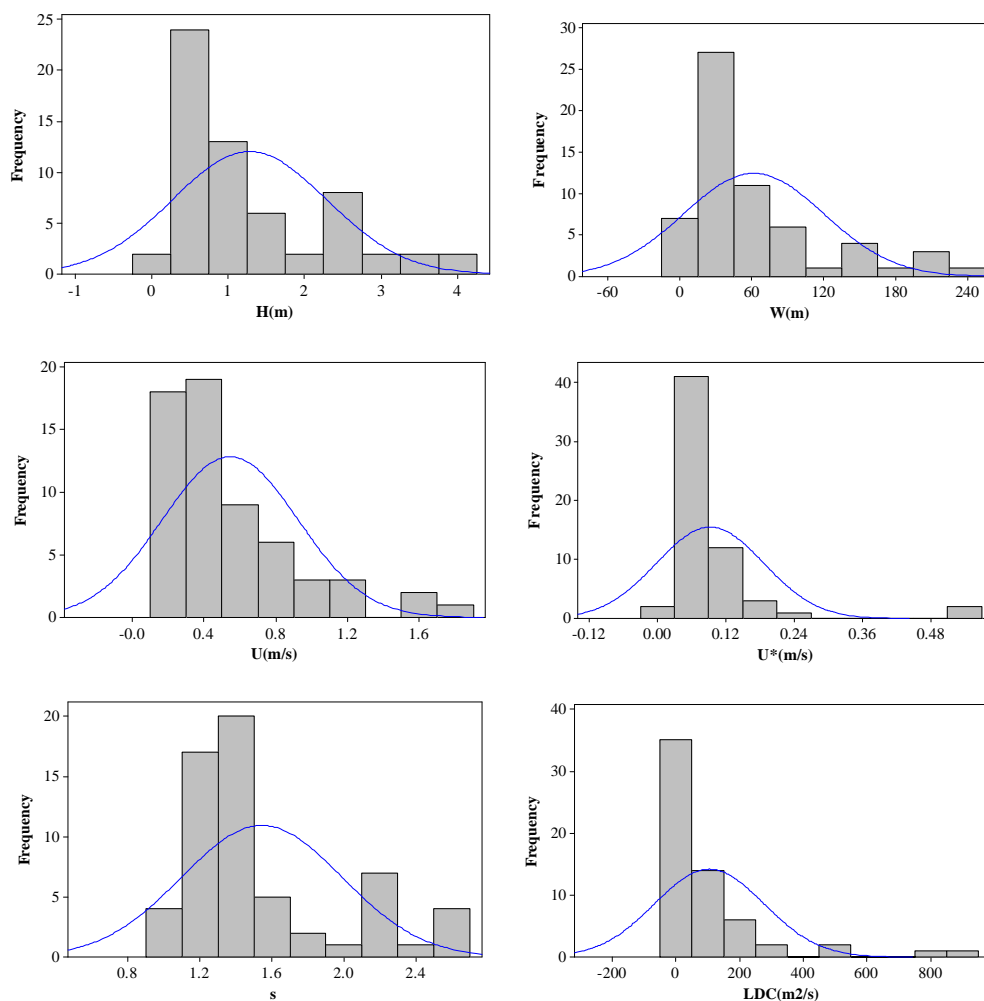
$$\ln \left( \frac{LDC}{Hu_*} \right) = \ln(a) + b \times \ln \left( \frac{U}{u_*} \right) + c \times \ln \left( \frac{W}{H} \right) + d \times \ln(\sigma) \Rightarrow Y = \text{Cons.} + bX_1 + cX_2 + dX_3 \quad (11)$$

## نتایج و بحث

## تحلیل آماری اطلاعات

در شکل ۱ نمودار هیستوگرام هر یک از پارامترهای مورد استفاده در این پژوهش ترسیم شده است. مطابق این

شکل مشخص است که هیچ‌کدام از پارامترهای اندازه‌گیری شده از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کنند. در نتیجه استفاده از مدل‌های خطی رگرسیونی با توجه به نرمال نبودن داده‌ها توصیه نمی‌شود (موننگومری، ۲۰۰۳).



شکل ۱- نمودار هیستوگرام پارامترهای  $LDC$ ,  $U$ ,  $u^*$ ,  $H$ ,  $W$  و  $Q$  و  $\sigma$

از نرم‌افزار SPSS و انجام رگرسیون خطی نتایج توسعه مدل مطابق جدول ۱ برای چهار رابطه (۸) تا (۱۱) به دست آمد. در نهایت نیز با گرفتن لگاریتم معکوس از روابط به دست آمده، روابط نهایی برای تخمین  $LDC$  مطابق معادلات (۱۲) تا (۱۵) حاصل شد.

## واسنجی مدل‌های رگرسیونی توسعه یافته

در این پژوهش ابتدا واسنجی روابط رگرسیونی توسعه یافته برای تخمین  $LDC$  یا به عبارتی یافتن بهترین مقدار برای پارامترهای مجهول معادلات با استفاده از ۴۳ داده هیدرولیکی و هندسی بسترهای مختلف رودخانه‌ها توسط رگرسیون غیرخطی چندمتغیره انجام پذیرفت. با استفاده

$$\frac{LDC}{Hu_*} = 1.448 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.079} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.084} \quad (12)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = 1.56 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.195} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.055} (Q)^{-0.065} \quad (13)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = 0.136 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.573} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.243} (\sigma)^{2.75} (Q)^{-0.071} \quad (14)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = 0.126 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.444} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.274} (\sigma)^{2.741} \quad (15)$$

مقدار نزدیک عدد یک است و از این بابت مدل‌های توسعه یافته مورد تأیید هستند (نوری و همکاران، ۲۰۰۹). مقدار  $R^2$  نیز میزان دقت هر رابطه را در تخمین  $LDC$  در مرحله واسنجی نشان می‌دهد که هر چه مقدار آن نزدیک یک باشد، بیانگر عملکرد مطلوب آن رابطه در مرحله واسنجی است. با بررسی  $R^2$  در جدول ۱ مشخص است که با اضافه کردن  $Q$  تأثیر ناچیزی در بهبود عملکرد مدل مشاهده می‌شود؛ در حالی که با اضافه کردن پارامتر انحنا  $R$  در رودخانه عملکرد مدل در حدود ۲۴ درصد بهبود می‌یابد. همچنین با حذف کردن عدد ثابت از روابط (۸) و (۱۱)، مقدار  $R^2$  در روابط (۱۶) و (۱۷) به ترتیب ۳۸ و ۱۴ درصد بهبود یافته است.

با توجه به مباحث مطرح شده، مشخص است که نتایج جدول ۱ بیانگر اهمیت ناچیز  $Q$  در محاسبات بود؛ به گونه‌ای که طبق نتایج آماره  $t$  و همچنین مقدار  $R^2$  این پارامتر عملاً تأثیری بر تخمین پارامتر  $LDC$  ندارد. این نتایج همسانی مناسبی نیز با مطالعات قبلی دارند؛ زیرا نتایج بیشتر مطالعات برای تخمین  $LDC$  بیانگر عدم استفاده از پارامتر  $Q$  در مدل‌ها بوده است (تیفور و سینگ، ۲۰۰۵؛ دنگ و همکاران، ۲۰۰۲؛ کاشفی‌پور و فالکونر، ۲۰۰۲ و نوری و همکاران، ۲۰۰۹). همچنین با توجه به سطح معنی‌داری عدد ثابت در روابط (۸) و (۱۱) و البته مقدار قابل توجه افزایش  $R^2$  در صورت حذف این پارامتر، کم اهمیت بودن عدد ثابت نتیجه گرفته می‌شود. با حذف  $Q$  از روابط، عملاً فرمول (۹) به (۸) و فرمول (۱۰) نیز به (۱۱) تبدیل می‌شود و با حذف عدد ثابت از این دو رابطه، در نهایت روابط (۱۶) و (۱۷) به دست آمدند. در نتیجه برای ادامه ارزیابی و صحت‌سنجی روابط، تنها صحت‌سنجی دو رابطه (۱۶) و (۱۷) انجام شود؛ یا به عبارتی دیگر بر مبنای نتایج به دست آمده، مدل‌های واسنجی شده (۱۶) و (۱۷) برای تخمین  $LDC$  استفاده خواهند شد.

#### صحت‌سنجی مدل‌های توسعه داده شده

در این مرحله از تحقیق و پس از تأیید مراحل واسنجی، لازم است که هر یک از دو رابطه واسنجی شده (۱۶) و

در جدول ۱ آماره  $t$  مشخص‌کننده اهمیت هر پارامتر در رابطه به دست آمده است، به گونه‌ای که هر چه این مقدار زیادتر باشد، اهمیت آن پارامتر بیشتر است. سطح معنی‌داری نیز از روی این آماره محاسبه می‌شود و در بیشتر کارهای آماری این مقدار در حدود ۵ درصد انتخاب می‌شود. عملاً پارامترهایی از مدل که دارای سطح معنی‌داری بیش از ۵ درصد باشند، استفاده از آن‌ها توصیه نمی‌شود و بهتر است حذف شوند (مونتگومری، ۲۰۰۳). مطابق نتایج مشخص شده در جدول ۱ مشخص است که در روابط (۹) و (۱۰) پارامتر  $Ln(Q)$  به دلیل سطح معنی‌داری غیرقابل قبول خود از معادله باید حذف شود. و عملاً روابط (۹) و (۱۰) به روابط (۸) و (۱۱) تبدیل می‌شوند. همچنین با توجه به این سطح معنی‌داری عدد ثابت در روابط (۸) و (۱۱) بالاتر از صفر است و در رابطه (۸) نیز حتی بیشتر از مقدار مجاز است. ضرایب دو رابطه (۸) و (۱۱) بدون در نظر گرفتن عدد ثابت محاسبه شد که در نتیجه روابط (۱۶) و (۱۷) به دست آمد. مقدار  $R^2$  این روابط در مرحله واسنجی به ترتیب برابر ۰/۹۸۵ و ۰/۹۹۳ حاصل شده است.

$$\frac{LDC}{Hu_*} = \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.103} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.169} \quad (16)$$

$$\frac{LDC}{Hu_*} = \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.267} \left( \frac{W}{H} \right)^{0.880} (\sigma)^{2.157} \quad (17)$$

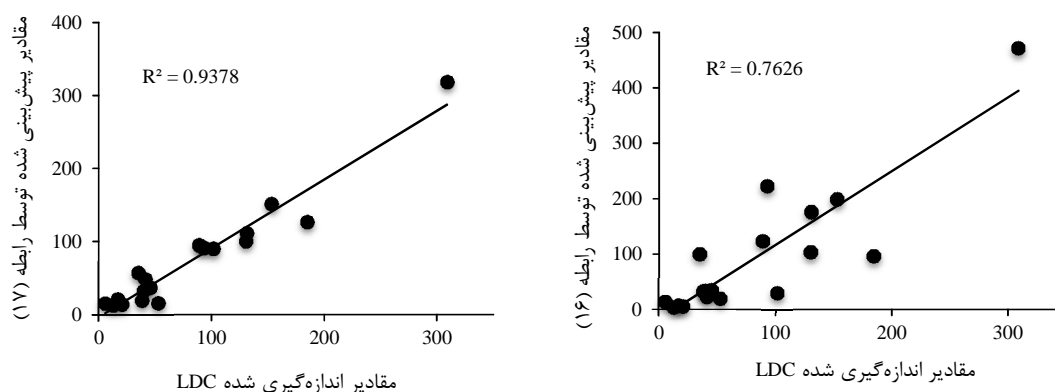
اما پارامترهای دیگر در معادلات (۸) تا (۱۱) از سطح معنی‌داری قابل قبولی برخوردارند و می‌توانند در توسعه مدل  $LDC$  استفاده شوند. یکی از مسائل و مشکلاتی که می‌تواند مدل‌های رگرسیونی را با چالش روبرو کند، وجود پدیده‌ای به نام هم‌خطی چندگانه<sup>۱</sup> می‌باشد. یکی از شیوه‌های تشخیص وجود هم‌خطی چندگانه استفاده از فاکتور تورم واریانس<sup>۲</sup> (VIF) است. هرچه میزان این پارامتر نزدیک یک باشد، همبستگی خطی کمتر است و اگر مقدار VIF پارامتری بزرگتر از ۱۰ باشد، باید آن پارامتر را از رابطه حذف کرد (مونتگومری، ۲۰۰۳). با بررسی VIF در روابط موجود، مشاهده می‌شود که اغلب

1- Multicollinearity  
2- Variance Inflation Factor

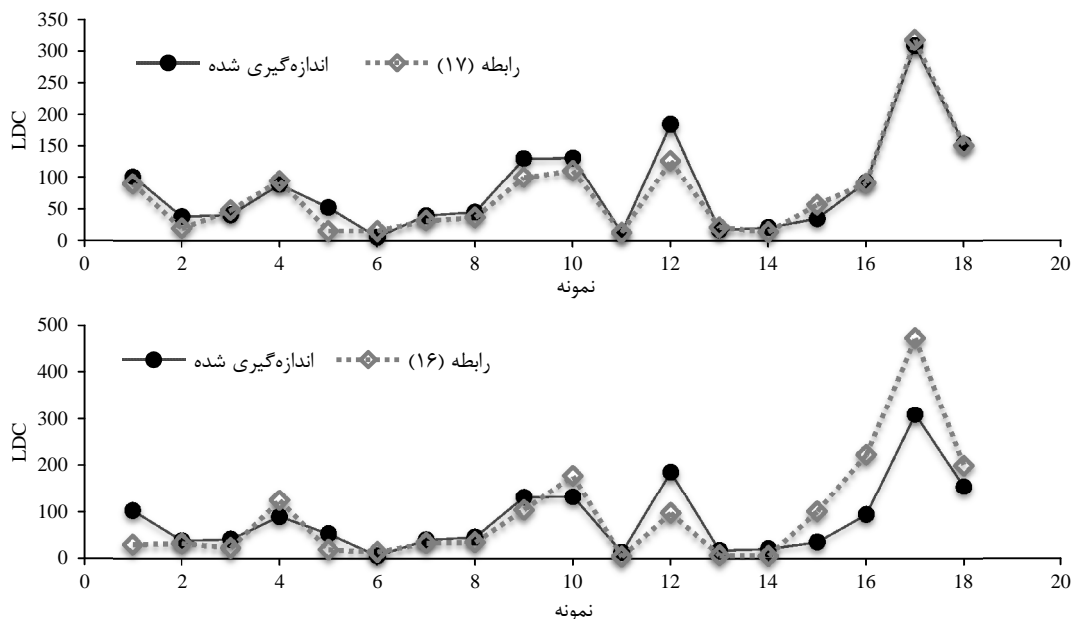
می‌شود. نزدیکی نتایج مراحل واسنجی و صحت‌سنجی به یکدیگر نشان می‌دهد، مدل به خوبی واسنجی شده به گونه‌ای که به ازای اطلاعات جدید در مرحله صحت‌سنجی دقت آن دستخوش کمترین تغییرات شده است. در شکل ۳ نیز با رسم نمودار تغییرات مقادیر اندازه‌گیری شده در مقابل مقدار پیش‌بینی شده  $LDC$  برای روابط (۱۶) و (۱۷)، می‌توان مشاهده کرد که نتایج به دست آمده از این روابط، از الگوی مقدار اندازه‌گیری شده تبعیت می‌کند و دارای دقت مناسبی است به گونه‌ای که علاوه بر تبعیت از روند کاهشی یا افزایشی  $LDC$  مقدار پیش‌بینی شده در بیشتر نقاط تقریباً نزدیک به مقدار اندازه‌گیری شده  $LDC$  است.

(۱۷)، با استفاده از اطلاعات جدید مورد ارزیابی و صحت‌سنجی قرار گیرند؛ بنابراین در ادامه با استفاده از ۳۰ درصد باقیمانده اطلاعات (۱۸ داده) صحت‌سنجی روابط (۱۶) و (۱۷) انجام پذیرفت که نتایج مربوط به ضریب تعیین برای هر یک از این دو رابطه در شکل ۲ نشان داده شده است.

همان‌طور که از شکل ۲ مشخص است، دقت روابط به دست آمده در مقایسه با داده‌های مشاهداتی صحت‌سنجی برای هر دو رابطه (۱۶) و (۱۷) مناسب است؛ هرچند که رابطه (۱۷) به مراتب از مقدار  $R^2$  بالاتری برخوردار است. همچنین میزان دقت در مراحل واسنجی و صحت‌سنجی رابطه (۱۷)، اختلاف ناچیزی در حدود ۵ درصد را شامل



شکل ۲- بررسی دقت روابط به دست آمده در مرحله صحت‌سنجی



شکل ۳- مقدار اندازه‌گیری در مقابل پیش‌بینی شده  $LDC$  با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۷)

جدول ۱- نتایج محاسبات رگرسیونی برای روابط (۸) تا (۱۱)

رابطه	ضرایب	مقدار آماره t	سطح معنی‌داری	فاکتور تورم واریانس (VIF)	R <sup>2</sup>
۸	(Constant)	۰/۳۷	۰/۶۶۷		۰/۶۰۴
	Ln(W/H)	۱/۰۸۴	۰/۰۰۰	۱/۰۹۵	
	Ln(U/u*)	۱/۰۷۹	۰/۰۰۰	۱/۰۹۵	
۹	(Constant)	۰/۴۵۵	۰/۶۰۷		۰/۶۱۲
	Ln(W/H)	۱/۰۵۵	۰/۰۰۰	۱/۱۱۶	
	Ln(U/u*)	۱/۱۹۵	۰/۰۰۰	۱/۴۱۲	
۱۰	Ln(Q)	-۰/۰۶۵	۰/۳۷۱	۱/۲۹۰	۰/۸۵۵
	(Constant)	-۱/۹۹۳	۰/۰۰۲		
	Ln(W/H)	۱/۲۴۳	۰/۰۰۰	۱/۱۴۷	
۱۱	Ln(U/u*)	۱/۵۷۳	۰/۰۰۰	۱/۵۲۴	۰/۸۴۵
	Ln(Q)	-۰/۰۷۱	۰/۱۱۷	۱/۲۹۰	
	Ln( $\sigma$ )	۲/۷۵۰	۰/۰۰۰	۱/۱۷۱	
۱۱	(Constant)	-۲/۰۶۶	۰/۰۰۲		۰/۸۴۵
	Ln(W/H)	۱/۲۷۴	۰/۰۰۰	۱/۱۲۶	
	Ln(U/u*)	۱/۴۴۴	۰/۰۰۰	۱/۲۰۱	
	Ln( $\sigma$ )	۲/۷۴۱	۰/۰۰۰	۱/۱۷۱	

سپس با استفاده از تابع گوسی، مقادیر نرمال‌شده DDR (Q<sub>DDR</sub>) محاسبه گردد (نوری و همکاران، ۲۰۱۰ و ۲۰۱۱). در شاخص DDR، بالاتر بودن تاج منحنی هر مدل، عملکرد بهتر آن را در تخمین زدن نشان می‌دهد. در توزیع خطای نسبی نیز مقدار مرتب شده صعودی خطای نسبی در مقابل درصد نمونه‌ها ترسیم شده است که توزیع خطای نسبی را نسبت به درصد داده‌ها نمایش می‌دهد. در این نمودار هر چه منحنی مدل بیشتر به سمت چپ متمایل باشد، خطای آن مدل کمتر است. در جدول ۲ نتایج به دست آمده برای روابط (۱۶) و (۱۷) و همچنین دیگر مطالعات انجام شده در مرحله صحت‌سنجی هر یک از روش‌ها، بر مبنای سه آماره مذکور ارائه شده است.

همان‌طور که از جدول ۲ مشخص است، روابط کوسیسی (۱۹۹۸)، لیو (۱۹۷۷) و فیشر (۱۹۷۵) مقدار MRE بالایی نسبت به دیگر روابط دارند. از بین مطالعات مذکور رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) مقدار MRE کمتری نسبت به بقیه دارد و این درحالی است که مقدار این شاخص برای رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) بیشتر از روابط توسعه داده شده (این پژوهش روابط (۱۶) و به خصوص (۱۷)) است؛ به عبارتی دیگر عملکرد مدل ژنگ و هوآی (۲۰۱۴)، به عنوان بهترین مدل مطالعات پیشین، در مقایسه با روابط

در ادامه و برای ارزیابی بهتر عملکرد هر یک از دو مدل توسعه داده شده در این تحقیق، مقایسه‌ای بین نتایج مرحله صحت‌سنجی روابط (۱۶) و (۱۷) با نتایج مدل‌های پیشنهادی LDC در دیگر تحقیقات انجام شده است. بدین منظور مقایسه بر مبنای سه شاخص مهم شامل شاخص‌های میانگین خطای نسبی<sup>۱</sup> (MRE)، جذر خطای میانگین مربعات<sup>۲</sup> (RMSE) و ضریب R<sup>2</sup> انجام شده است. همچنین از دو شاخص نسبت تفاوت توسعه‌یافته<sup>۳</sup> (DDR) معرفی شده توسط نوری و همکاران (۲۰۱۱) و توزیع خطای نسبی برای بررسی بهتر عملکرد روابط تجربی به دست آمده توسط دیگر محققان و روابط (۱۶) و (۱۷) استفاده شده است. شاخص DDR از طریق رابطه (۱۸) محاسبه می‌گردد.

$$DDR = \left( \frac{\text{Predicted}_{\text{value}}}{\text{Observed}_{\text{value}}} \right) - 1 \quad (18)$$

برای قضاوت بهتر درمورد عملکرد مدل با استفاده از آماره DDR، می‌توان تابع گوسی مقادیر DDR را محاسبه و به صورت یک توزیع نرمال استاندارد رسم نمود. برای این منظور ابتدا لازم است مقادیر DDR استاندارد شده و

1- Mean Relative Error (MRE)

2- Root Mean Square Error (RMSE)

3- Developed Discrepancy Ratio (DDR)



دوتا (۲۰۰۹) و ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) دارد؛ در حالی که رابطه (۱۷) با داشتن بالاترین مقدار  $R^2$  دارای بهترین عملکرد در این شاخص آماری است.

در شکل ۴، منحنی DDR شش رابطه که از عملکرد بهتری در مقایسه سه شاخص آماری  $R^2$ ، RMSE و MRE برخوردار بودند، ترسیم شده است. همان‌گونه که در معرفی شاخص DDR ذکر شد و با توجه به شکل ۴، رابطه (۱۷) با اختلاف زیادی نسبت به دیگر روابط دارای بهترین عملکرد می‌باشد و بعد از آن رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) بهترین عملکرد را دارد. دیگر روابط نیز تقریباً عملکردی مشابه دارند.

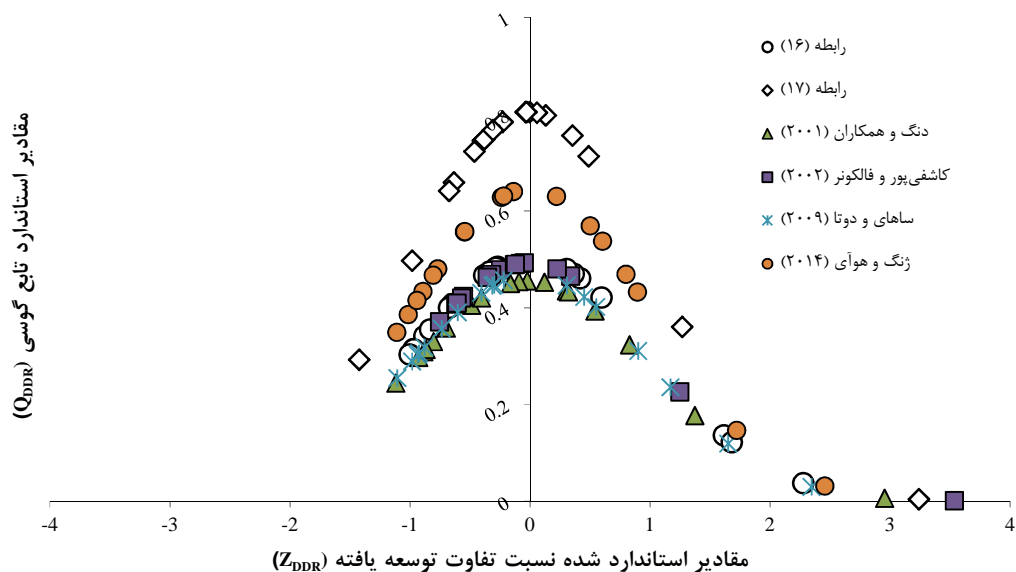
در شکل ۵ نمودار توزیع خطای نسبی در مقابل درصد نمونه‌ها رسم شده است. این شکل به وضوح این موضوع را مشخص می‌کند که رابطه (۱۷) دارای بهترین توزیع خطای نسبی در بیش از ۹۵ درصد داده‌ها است و فقط در ماکزیمم، خطا کمی بیشتر از رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) است. در نتیجه این نمودار نیز حاکی از عملکرد بهتر رابطه (۱۷) نسبت به دیگر روابط می‌باشد.

در پایان می‌توان نتیجه گرفت که رابطه (۱۷) نسبت به دیگر روابط به دست آمده توسط محققان دارای بهترین عملکرد است؛ بنابراین استفاده از رابطه (۱۷) که دارای دقت و همبستگی بالا و خطای اندکی است برای تخمین LDC توصیه می‌شود.

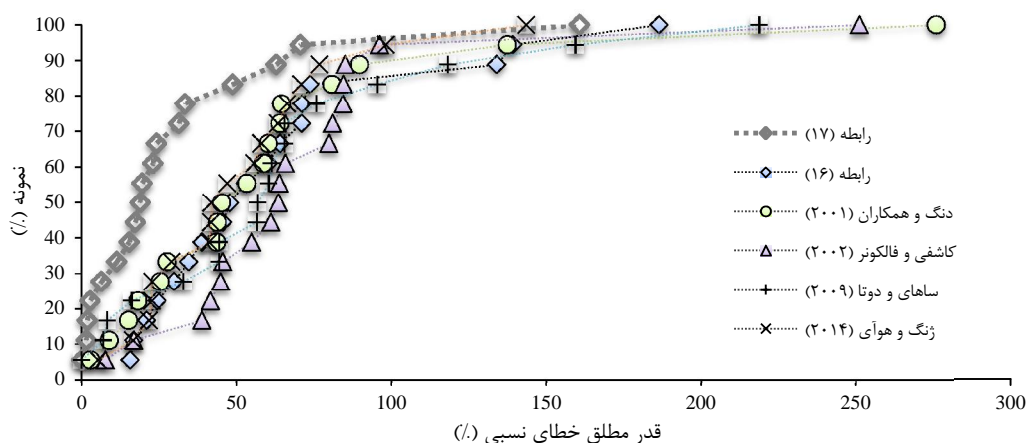
(۱۶) و (۱۷) ضعیف‌تر است؛ به گونه‌ای که مقدار شاخص MRE آن به ترتیب بیش از ۲ و ۸۰ برابر بزرگ‌تر از روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه شده است. همچنین با بررسی شاخص RMSE در جدول ۲ مشخص است که در میان مطالعات گذشته، رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) عملکرد بهتری دارد و از خطای کمتری برخوردارند؛ با این حال مقدار خطای این مطالعه از مدل توسعه داده شده در این تحقیق بیشتر است؛ به گونه‌ای که مقدار RMSE، رابطه ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) تقریباً دو برابر این مقدار در رابطه ۱۷ است. در نتیجه مقایسه نتایج بر مبنای شاخص RMSE نیز حاکی از عملکرد بهتر رابطه به دست آمده در این تحقیق، یعنی رابطه (۱۷) است. نتایج  $R^2$  نیز بیانگر این واقعیت است که روابط سئو و چئونگ (۱۹۹۸) و فیشر (۱۹۷۵) علی‌رغم خطای بالا، از همبستگی خوبی برخوردارند. روابط کاشفی‌پور و فالکونر (۲۰۰۲)، راجیف و دوتا (۲۰۰۹) و ژنگ و هوآی (۲۰۱۴) نیز دارای همبستگی مناسبی هستند، اگرچه مقدار  $R^2$  آن از مدل توسعه داده شده در این تحقیق کمتر است. در میان دیگر روابط ارائه شده در جدول ۲، رابطه دنگ و همکاران (۲۰۰۱) دارای بیشترین مقدار همبستگی است؛ در حالی که مقدار  $R^2$  آن از در مقایسه با رابطه (۱۷) اختلاف زیادی دارد. رابطه (۱۶) در شاخص همبستگی عملکرد ضعیف‌تری نسبت به روابط سئو و چئونگ (۱۹۹۸)، دنگ و همکاران (۲۰۰۱)، کاشفی‌پور و فالکونر (۲۰۰۲)، راجیف و

جدول ۲- مقایسه روابط با سه شاخص RMSE، MRE و  $R^2$ 

رابطه	MRE%	RMSE	$R^2$
فیشر (۱۹۷۵)	۱۱۱/۴	۵۶۰	۰/۵۹۹
لیو (۱۹۷۷)	۱۳۰/۴	۲۱۹	۰/۲۱۳
ایواسا و آیا (۱۹۹۱)	۵۴/۷	۱۲۹	۰/۱۲۸
سئو و چئونگ (۱۹۹۸)	۲۶/۹	۱۰۶	۰/۸۴۰
کوسیس (۱۹۹۸)	۲۷۹/۲	۳۶۵	۰/۰۷۳
کاشفی‌پور و فالکونر (۲۰۰۲)	۳۵/۲	۶۳	۰/۷۷۴
دنگ و همکاران (۲۰۰۱)	۱۷	۵۸	۰/۸۶۸
ساهی و دوتا (۲۰۰۹)	۱۸/۳	۸۳	۰/۸۱۱
ژنگ و هوآی (۲۰۱۴)	۸/۳	۳۹	۰/۸۴۲
رابطه (۱۶)	۵/۸	۶۲	۰/۷۶۳
رابطه (۱۷)	۰/۱	۲۰	۰/۹۳۸



شکل ۴- منحنی آماره DDR روابط دنگ و همکاران (۲۰۰۱)، کاشفی پور و فالگونر (۲۰۰۲)، ساهای و دوتا (۲۰۰۹)، ژنگ و هوآی (۲۰۱۴)، رابطه (۱۶) و رابطه (۱۷)



شکل ۵- تحلیل آستانه خطا برای روابط دنگ و همکاران (۲۰۰۱)، کاشفی پور و فالگونر (۲۰۰۲)، راجیف و دوتا (۲۰۰۹)، ژنگ و هوآی (۲۰۱۴)، رابطه (۱۶) و رابطه (۱۷)

### نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت  $LDC$  در رودخانه‌ها، روش‌ها و مطالعات مختلفی در این زمینه صورت گرفته است که ساده‌ترین و در دسترس‌ترین این روش‌ها، استفاده از رابطه (۴) است. مطابق مطالعات انجام شده، دو پارامتر  $Q$  و  $\sigma$  در تخمین  $LDC$  دارای اهمیت هستند که بررسی تأثیر هر کدام، از دیگر اهداف این تحقیق بود. برای این منظور با لحاظ کردن این دو پارامتر، سه رابطه دیگر علاوه بر معادله (۴) برای تخمین  $LDC$  حاصل شد. همچنین با مشاهده سطح معنی‌داری بالای عدد ثابت در معادلات جدید، با حذف

این پارامتر دو رابطه دیگر نیز برای تخمین  $LDC$  اضافه شد که عملکرد مدل را بهبود می‌بخشیدند. به طور کلی نتایج به دست آمده از این تحقیق را می‌توان به صورت ذیل ارائه نمود:

- پارامتر  $Q$  عملاً تأثیری بر بهبود عملکرد مدل پیش‌بینی  $LDC$  نداشت؛ هرچند که  $\sigma$  دارای اثر مثبتی بر مدل  $LDC$  بود؛ به گونه‌ای که مقدار  $R^2$  مدل را به اندازه ۲۴ درصد بهبود بخشید. از این نتیجه می‌توان دریافت که پارامتر  $Q$  با بعضی از پارامترهای ورودی (سرعت، عمق و عرض جریان) همبستگی خطی داشته است.

- natural streams. *Applied Soft Computing*. 11(2): 2902-2905.
5. Clark J. F. Schlosser P. Stute M. and Simpson H. J. 1996. SF6-3He tracer release experiment: A new method of determining longitudinal dispersion coefficients in large rivers. *Environmental science & technology*. 30(5): 1527-1532.
  6. Deng Z. Q. Bengtsson L. Singh V. P. and Adrian D. D. 2002. Longitudinal dispersion coefficient in single channel streams. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. 128(10): 901-916.
  7. Deng Z. Singh V. P. and Bengtsson L. 2001. Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*. 127(11): 919-927.
  8. Fischer B. H. 1967. The mechanics of dispersion in natural streams. *Journal of the Hydraulics Division*. 93(6): 187-216.
  9. Fischer H. B. 1975. Discussion of 'Simple method for predicting dispersion in stream' by R. S. McQuivey and T. N. Keefer. *Journal of the Environmental Engineering Division*. 101(3): 453-455.
  10. Ho D. T. Schlosser P. Houghton R. W. and Caplow T. 2006. Comparison of SF6 and fluoresce in as tracers for measuring transport processes in a large tidal river. *Journal of Environmental Engineering* 132(12): 1664-1669.
  11. Iwasa Y. and Aya S. 1991. Predicting longitudinal dispersion coefficient in open-channel flows. *Proceedings of the International Symposium on Environmental Hydraulics*. 505-510.
  12. Kashefipour M. S. and Falconer R. A. 2002. Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research*. 36(6): 1596-1608.
  13. Koussis A. D. and Rodriguez-Mirasol J. 1998. Hydraulic estimation of dispersion coefficient for streams *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. 124(3): 317-320.
  14. Liu H. 1977. Predicting dispersion coefficient of streams. *Journal of the Environmental Engineering Division*. 103(1): 59-69.
  15. Montgomery D.C. Runger G.C. Hubele N.F. 2011. *Engineering Statistics*. Wiley-Interscience, New York. 536 p.
  16. Noori R. Abdoli M. A. Ghazizade M. J. and Samieifard R. 2009. Comparison of neural network and principal component-regression analysis to predict the solid waste generation in Tehran. *Iranian Journal of Public Health*. 38(1): 74-84.
  17. Noori R. Ashrafi K. and Ajdarpour A. 2008. Comparison of ANN and PCA based multivariate linear regression applied to تجزیه و تحلیل آماری بر اساس آماره  $t$  و سطح معنی داری نشان دهنده این بود که حذف عدد ثابت از معادله، عملکرد مدل را بهبود می بخشد.
  - با حذف عدد ثابت، دقت و عملکرد مدل بهبود یافت؛ به طوری که مقدار  $R^2$  آن در مراحل واسنجی و صحت سنجی به ترتیب ۱۴ و ۸ درصد افزایش را نشان می داد.
  - مقایسه بین نتایج مدل های توسعه داده شده در این تحقیق، با نتایج سایر مطالعات پیشین بر اساس آماره های RMSE، MRE و  $R^2$  مشخص کرد که رابطه پیشنهادی این پژوهش (رابطه (۱۷)) دارای عملکرد مطلوب تری در پیش بینی LDC بود.
  - شاخص های DDR و توزیع خطای نسبی نیز حاکی از دقت بالاتر، خطای کمتر و عملکرد به مراتب بهتر رابطه (۱۷) در مقایسه با دیگر مدل های توسعه داده شده است.
- در نهایت مقایسه کلی روابط به دست آمده در این پژوهش با روابط مشابه بیانگر این واقعیت است که رابطه (۱۷) که تنها پارامتر انحنای رودخانه به همراه پارامترهای اصلی را شامل می شود و عدد ثابت آن حذف شده، دارای بهترین عملکرد است و برای تخمین LDC در رودخانه های طبیعی پیشنهاد می شود.
- ### منابع
۱. اکبرزاده ع. نوری ر. فرخ نیا ا. خاکپور ا. و صباحی م. س. ۱۳۸۹. تحلیل دقت و عدم قطعیت مدل های هوشمند در پیش بینی ضریب انتشار طولی رودخانه ها. *مجله آب و فاضلاب*. ۳: ۹۹-۱۰۷.
  ۲. پارسایی ع. و حقی آبی ا. ۱۳۹۲. ارزیابی روابط تجربی و مدل های هوش مصنوعی ارائه شده برای محاسبه ضریب پخش طولی آلودگی در رودخانه ها. *فصلنامه مدیریت و برنامه ریزی محیط زیست*. ۳(۲): ۵۷-۷۱.
  ۳. کارآموز م. و کراچیان ر. ۱۳۸۲. برنامه ریزی و مدیریت کیفی سیستم های منابع آب. انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر. ۴۰۴ ص.
  4. Azamathulla H. and Wu Fu-Chun Md. 2011. Support vector machine approach for longitudinal dispersion coefficients in

28. Zeng Y. and Huai W. 2014. Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers. *Journal of Hydro-environment Research*. 8(1): 2-8.
18. Noori R. Karbassi A. R. Farokhnia A. and Dehghani M. 2009. Predicting the longitudinal dispersion coefficient using support vector machine and adaptive neuro-fuzzy inference system techniques. *Environmental Engineering Science*. 26(10): 1503-1510.
19. Noori R. Karbassi A. R. Mehdizadeh H. Vesali-Naseh M. and Sabahi M. S. 2010. A framework development for predicting the longitudinal dispersion coefficient in natural streams using an artificial neural network. *Environmental Progress & Sustainable Energy*. 30.3 (2011): 439-449.
20. Noori R. Karbassi A. R. Moghaddamnia A. Han D. Zokaei-Ashtiani M. H. Farokhnia A. and Ghafari Gousheh M. 2011. Assessment of input variables determination on the SVM model performance using PCA, Gamma test, and forward selection techniques for monthly stream flow prediction. *Journal of Hydrology*. 401(3): 177-189.
21. Noori R. Khakpour A. Omidvar B. and Farokhnia A. 2010. Comparison of ANN and principal component analysis-multivariate linear regression models for predicting the river flow based on developed discrepancy ratio statistic. *Expert Systems with Applications*. 37(8): 5856-5862.
22. Sahay R. R. and Dutta S. 2009. Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using genetic algorithm. *Hydrology Research*. 40(6): 544-552.
23. Seo I. W. and Cheong T. S. 1998. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural Streams. *J. Hydraul. Eng. ASCE*. 124(1): 25-32.
24. Tayfur G. 2006. Fuzzy, ANN, and regression models to predict longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Izmir Institute of Technology. Hydrology Research*. 37(2): 143-164.
25. Tayfur G. 2011. *Soft Computing in Water Resources Engineering: Artificial Neural Networks, Fuzzy Logic and Genetic Algorithms*. WIT Press. 288 p.
26. Tayfur G. and Singh V.P. 2005. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams by artificial neural network. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. 131(11): 991-1000.
27. Taylor G. I. 1954. The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. *Proceedings of the Royal Society of London*. Vol. 223. No. 1155. The Royal Society. 1954: 446-468.