

مدل سازی سه بعدی اثر مشترک زبری و ارتفاع آب پایین دست روی شکست سد به کمک مدل Flow-3D و نتایج آزمایشگاهی

الهام اکبری^{۱*} و سید محمود کاشفی پور^۲

چکیده

مطالعات مربوط به شکست سد به ویژه موج سیلاب ناشی از آن، برای مدیریت ایمنی پایین دست سدها ضروری است. دانستن سرعت امواج ناشی از شکست سد و اثرات زبری بستر در تغییرات کمی و کیفی گسترش سیلاب در پایاب سدها در هیدرولیک جریان های با سطح آزاد مهم است. پدیده شکست سد با نصب دریچه در مسیر کانال آزمایشگاهی و باز کردن ناگهانی دریچه قابل بررسی است. در این پژوهش با به کارگیری نرم افزار Flow-3D به مدل سازی سه بعدی بررسی مشخصات هیدرولیکی سیلاب ناشی از شکست سد و تأثیرپذیری موج شکل گرفته به دلیل وجود زبری های مصنوعی، نحوه آرایش آن ها، تأثیر عمق پایین دست، و مقایسه آن ها با نتایج آزمایشگاهی پرداخته شده است. نتایج نشان داد که وجود زبری در کف سبب افزایش مقاومت در برابر جریان شده و از سرعت موج پیش رونده می کاهد که این کاهش سرعت در آرایش زیگزاگ زبری ها بیشتر از آرایش منظم است که دلیل آن تفاوت در فاصله عرضی بین زبری ها در دو نوع آرایش است که نحوه پخش جریان را متفاوت می کند. به طور کلی وجود زبری با آرایش زیگزاگ در کنار افزایش عمق پایین دست بیشترین تأثیر را در استهلاک سرعت موج پیش رونده دارد.

واژه های کلیدی: سیلاب، شکست سد، مدل سازی عددی، مهندسی رودخانه.

ارجاع: اکبری ا. و کاشفی پور س. م. ۱۳۹۵. مدل سازی سه بعدی اثر مشترک زبری و ارتفاع آب پایین دست روی شکست سد به کمک مدل Flow-3D و نتایج آزمایشگاهی. مجله پژوهش آب ایران. ۲۲: ۴۹-۵۶.

۱- کارشناس ارشد عمران - مهندسی رودخانه، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۲- استاد گروه سازه های آبی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز.

* نویسنده مسئول: Eliakbaril@yahoo.com

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۹/۲۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۸/۱۴

مقدمه

پدیده شکست سد به دلیل رها شدن حجم زیادی از آب ذخیره شده در پشت سد در مدت زمان کوتاه و انتشار امواج ناگهانی، از سایر پدیده‌های هیدرولیکی متمایز بوده و بررسی آن مهم است. پیشروی امواج ناشی از جریان‌های سیلابی سهمگین در دره پایین‌دست محل شکستگی سدها و گسترش آن در دشت‌های مجاور، خسارات جانی، تخریب زیرساخت‌ها و از دست دادن سرمایه‌های بزرگ ملی را در نواحی مختلف جهان به دنبال دارد. به جرأت می‌توان گفت بررسی‌های اولیه در این زمینه برای کانال‌های بدون اصطکاک از سوی ریتر (۱۸۹۲) انجام شد (به نقل از حسن‌زاده، ۱۳۸۳). پس از ریتر، دستاوردهای درس‌ر (۱۹۵۲) برای کانال‌های زیر و معادلاتی که استوکر (۱۹۵۷) به آن‌ها دست یافت از اهمیت به‌سزایی برخوردارند. کوئسیدو و همکاران (۲۰۰۵) هر یک از معادلات آب کم‌عمق (SW) و ناویر-استوکس (NS) را با روش اجزای محدود (روش تایلور-گالرکین) گسترش دادند، نتیجه بررسی هر یک از این دسته معادلات سبب ارائه معادلات انتگرالی برای محاسبه پارامترهای جریان ناشی از شکست سد برای دو حالت پایاب خشک و غیرخشک شد.

دانگفانگ و همکاران (۲۰۰۷)، با استفاده از معادلات سنت-ونانت مدلی دو بعدی برای تشریح پدیده شکست سد ارائه کردند. این مدل رفتار موج را در هنگام عبور از ناهمواری‌ها و همچنین زمانی که عمق آب در بستر زبر کم است، به خوبی پوشش می‌دهد. حسن‌زاده و رنجینه خجسته (۱۳۸۹) نیز به بررسی اثرات زبری بستر بر سرعت امواج ناشی از شکست سد در یک مدل هیدرولیکی شبیه‌ساز پرداختند. آلکرادو و مولت (۲۰۰۷) با مدل‌سازی شکست سد توس در اسپانیا نتایج خوبی به دست آوردند. اورتل و بانگ (۲۰۱۲) مقایسه دوبعدی موج حاصل از شکست سد در آزمایشگاه را با روش VOF موجود در نرم‌افزار Flow-3D و روش تحلیلی چانسون برای دو حالت با و بدون وجود مانع در برابر موج پیش‌رونده حاصل از شکست سد، انجام دادند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که نتایج حاصل از نرم‌افزار Flow-3D با نتایج آزمایشگاهی هماهنگی دارد.

در این مقاله، با به کارگیری نرم‌افزار Flow-3D و به کارگیری اطلاعات آزمایشگاهی (خوب، ۱۳۹۱) به بررسی خصوصیات

موج مثبت ناشی از شکست سد پرداخته شده است. ابتدا بهترین مدل آشفتگی برای شبیه‌سازی پدیده انتخاب شده است و سپس به تأثیر عمق پایاب و نیز وجود زبری بر سرعت و پروفیل‌های سطح آب موج پیش‌رونده پرداخته شده است.

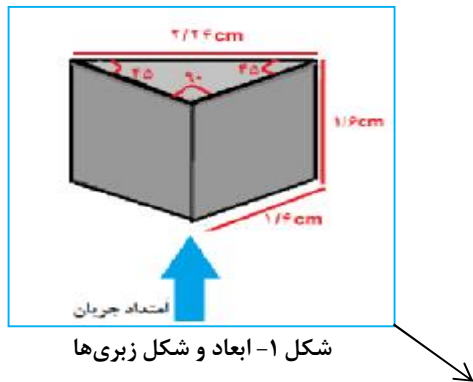
مواد و روش‌ها

معرفی مدل عددی

Flow-3D یک نرم‌افزار قوی در زمینه CFD است که تولید، توسعه و پشتیبانی آن با Flow Science, Inc است. یکی از قابلیت‌های عمده برنامه Flow-3D برای آنالیزهای هیدرولیکی، توانایی مدل کردن جریان‌های مجاری روباز است. در Flow-3D سطح آزاد با روش (VOF) Volume Of Fluid (Fluid) مدل می‌شود که از سوی هرت و نیچدز (۱۹۸۱) گزارش شد. این نرم‌افزار از دو روش شامل روش حجم سیال (VOF)، که برای شبیه‌سازی جریان‌های آزاد کاربرد دارد و روش کسر مساحت-حجم مانع (FAVOR) که برای شبیه‌سازی مرزهای صلب به کار می‌برد، برای شبیه‌سازی استفاده می‌کند.

هندسه مدل آزمایشگاهی

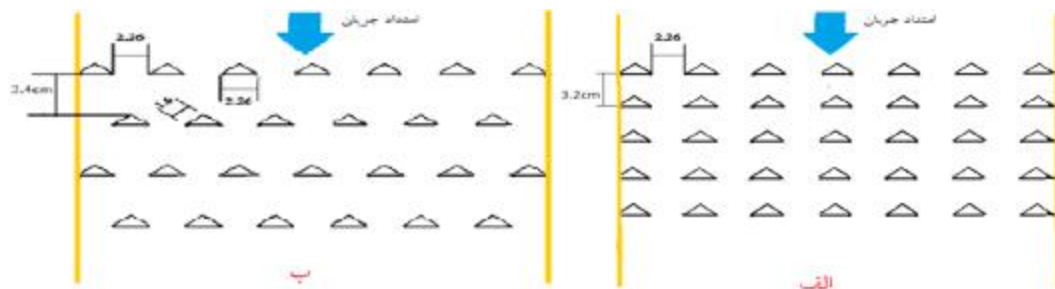
مدل در فلومی به عرض ۳۰ سانتی‌متر و طول ۱۵۰۰ سانتی‌متر و ارتفاعی معادل ۵۰ سانتی‌متر از کف، ساخته شد. از این طول فلوم، ۶۸۰ سانتی‌متر آن برای بررسی پدیده شکست سد استفاده شد، به طوری که ۵۰۰ سانتی‌متر اول مربوط به مخزن بالادست و ۱۸۰ سانتی‌متر بعدی مربوط به پایین‌دست در نظر گرفته شد. در انتهای ۵۰۰ سانتی‌متر اول یک دریچه برای باز شدن ناگهانی و ایجاد موجی معادل موج ناشی از شکست سد نصب شده بود که این دریچه به کمک سیستم جک پنوماتیک در زمان بسیار کوتاهی (سه‌صدم ثانیه) باز می‌شود. در این آزمایش‌ها از دو نوع آرایش زبری علاوه بر کف صاف برای عمق سراب ۲۴ سانتی‌متر و چهار عمق پایاب که شامل سه حالت پایاب تر (عمق جریان ۳، ۶ و ۹ سانتی‌متر) و یک حالت پایاب خشک است، استفاده شد (جدول ۱). حالات کف زبر در مخزن پایاب عبارتند از: زبری مثلثی با آرایش منظم و دیگری با آرایش زیگزاگ. شکل و ابعاد زبری‌های به کار برده شده در آزمایش‌ها بر اساس شکل ۱ است که ابعاد قرارگیری زبری‌ها در کف پایین‌دست در



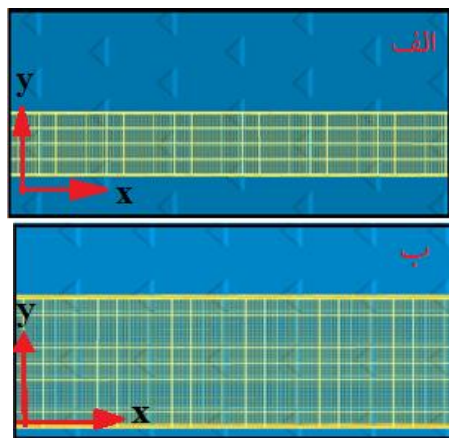
قسمتی از طول کانال برای دو آرایش منظم و زیگزاگ در شکل ۲ آورده شده است.

جدول ۱- نام و نماد اختصاری کف‌های پایاب به همراه عمق‌های به کار گرفته شده در پایاب

نوع کف	نماد کف	عمق در پایاب (cm)
صاف	S	خشک، ۳، ۶ و ۹
زبر با آرایش منظم	M	خشک، ۳، ۶ و ۹
زبر با آرایش زیگزاگ	Z	خشک، ۳، ۶ و ۹



شکل ۲- چیدمان زبری‌ها در کف برای دو نوع آرایش الف- منظم و ب- زیگزاگ



شکل ۳- بازه انتخابی زبری‌ها
الف- آرایش زیگزاگ و ب- آرایش منظم

جدول ۲- ابعاد شبکه‌ها و تعداد شبکه‌های بلوک ۲

پارامتر	زبر با آرایش منظم	زبر با آرایش زیگزاگ
Δx (cm)	۰/۲۵	۰/۲۵
Δy (cm)	۰/۲۵	۰/۲۵
Δz (cm)	۰/۴	۰/۴
تعداد شبکه بلوک ۲	۱۹۸۷۰۲۰	۱۰۰۲۸۲۰

برای حالت کف صاف اندازه شبکه در جهت X و Y و Z معادل ۱ سانتی‌متر در نظر گرفته شد. برای این حالت از کف پایاب نیز به جهت این که شرایط مانند دو کف پایاب دیگری است، بخشی از عرض کانال به‌عنوان فضای محاسباتی در نظر گرفته شد (شکل ۴).

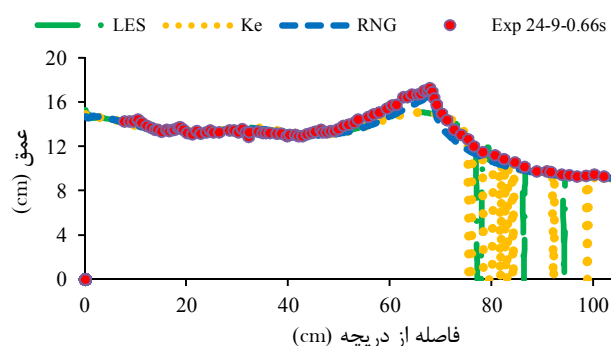
مدل‌سازی شکست سد با Flow-3D

برای انجام مدل‌سازی عددی، هندسه مدل با برنامه اتوکد رسم شد و با نرم‌افزار Flow-3D شبکه‌بندی مناسب اعمال شد. برای معرفی فضای محاسباتی این دو نوع کف پایاب در نرم‌افزار، باید موقعیت زبری‌ها را تک‌به‌تک به‌عنوان Fixed point در طول و عرض مخزن پایین‌دست تعریف کرد. برای انتخاب شبکه‌بندی از دو شبکه بلوک برای شبکه‌بندی استفاده شد. بلوک ۱ برای مخزن بالادست و بلوک ۲ برای مخزن پایین‌دست تعیین شد. دلیل آن وجود زبری در دو حالت کف پایاب بود که به طور حتم باید ابعاد شبکه در بلوک ۲ ریزتر در نظر گرفته شود. با انتخاب این روند برای شبکه‌بندی کل مدل، به دلیل زیاد بودن شبکه‌ها در هر دو بلوک به‌ویژه در بلوک ۲ زمانی که کف دارای زبری بود، نرم‌افزار قادر به حل مسئله نشد. در اینجا با اعمال شرایط Symmetry و این که رفتار سیال در اطراف یک ردیف از زبری‌ها در طول کانال شبکه مشابه دیگر ردیف‌ها است بخشی از زبری‌ها در طول کانال برای مدل‌سازی انتخاب شد (شکل ۳). با این روند تعداد سلول‌ها در هر دو آرایش از زبری‌های کف محاسبه شد که در جدول ۲ آمده است.

آشفتگی پراتنل و تک معادله‌ای قادر به تحلیل پدیده در کف‌های زیر نیستند.

نتایج و بحث

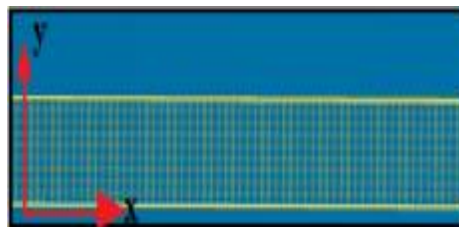
پروفیل‌های محاسبه شده با مدل‌های آشفتگی جواب‌گو برای هر سه نوع کف، ترسیم و با پروفیل‌های متناظر در آزمایشگاه مقایسه گردید و مشاهده شد که مقدارهای پیش‌بینی شده برای پروفیل عمق با مدل RNG نسبت به دیگر مدل‌های آشفتگی، بهتر است از طرفی مدل RNG نسبت به مدل‌های دیگر دارای مزیت‌های دیگری از جمله زمان محاسبات کمتر و همگرایی خطاهای بهتر در زمان محاسبات بود. نمونه‌ای از پروفیل سطح آب در آزمایشگاه به همراه پروفیل حاصل از حل عددی برای مدل‌های آشفتگی جواب‌گو در حل موج حاصل از شکست سد، در زمان ۰/۶۶ ثانیه برای کف پایاب زبر با آرایش منظم با عمق بالادست ۲۴ و پایین دست ۹ سانتی‌متر در شکل ۵ آورده شده است.



شکل ۵- مقایسه مدل‌های آشفتگی برای کف زبر با آرایش منظم و عمق پایاب ۹ سانتی‌متر با پروفیل آزمایشگاهی در زمان ۰/۶۶ ثانیه

برای هر سه نوع کف رسم و مقایسه تأثیر وجود زبری و نوع آرایش زیگزاگ یا منظم بودن بر پروفیل‌های عمق و سرعت انجام شد. شکل ۶ تغییرات پروفیل سرعت موج پیش‌رونده را برای سه نوع کف پایاب در دو زمان ۰/۳۹ و ۰/۸۴ ثانیه نشان می‌دهد (در ترسیم این پروفیل‌ها برای نمونه منظور از S24-3-0.39s یعنی پروفیل در کف صاف با عمق بالادست ۲۴ و عمق پایین دست ۳ سانتی‌متر در زمان ۰/۳۹ ثانیه است).

بر اساس شکل‌های ۶، با افزایش عمق پایاب از مقدار تراز سرعت موج پیش‌رونده کاسته می‌شود، از طرفی پروفیل



شکل ۴- بازه انتخابی در کف صاف

پس از شبکه‌بندی برای تعیین شرایط مرزی هر دو شبکه‌بلوک، برای کف از شرایط مرزی دیوار و برای دیواره‌ها از فرض Symmetry استفاده شد. شرایط اولیه به صورت عمق ثابت در بالادست و پایین دست، بر اساس شرایط آزمایشگاهی تعریف شدند. در نرم‌افزار Flow-3D پنج مدل آشفتگی شامل: ۱- مدل K-ε، ۲- مدل RNG، ۳- مدل LES، ۴- مدل اختلاط طول پراتنل، ۵- مدل تک معادله‌ای، وجود دارد. هدف نهایی هر نوع مدل آشفتگی ایجاد یک مکانیزم برای محاسبه تأثیر نوسانات آشفتگی روی کمیت‌های متوسط جریان است. با اعمال ۵ مدل آشفتگی بر مسئله برای چهار حالت عمق پایاب و نیز سه حالت زبری کف پایاب، چنین نتیجه شد که مدل‌های

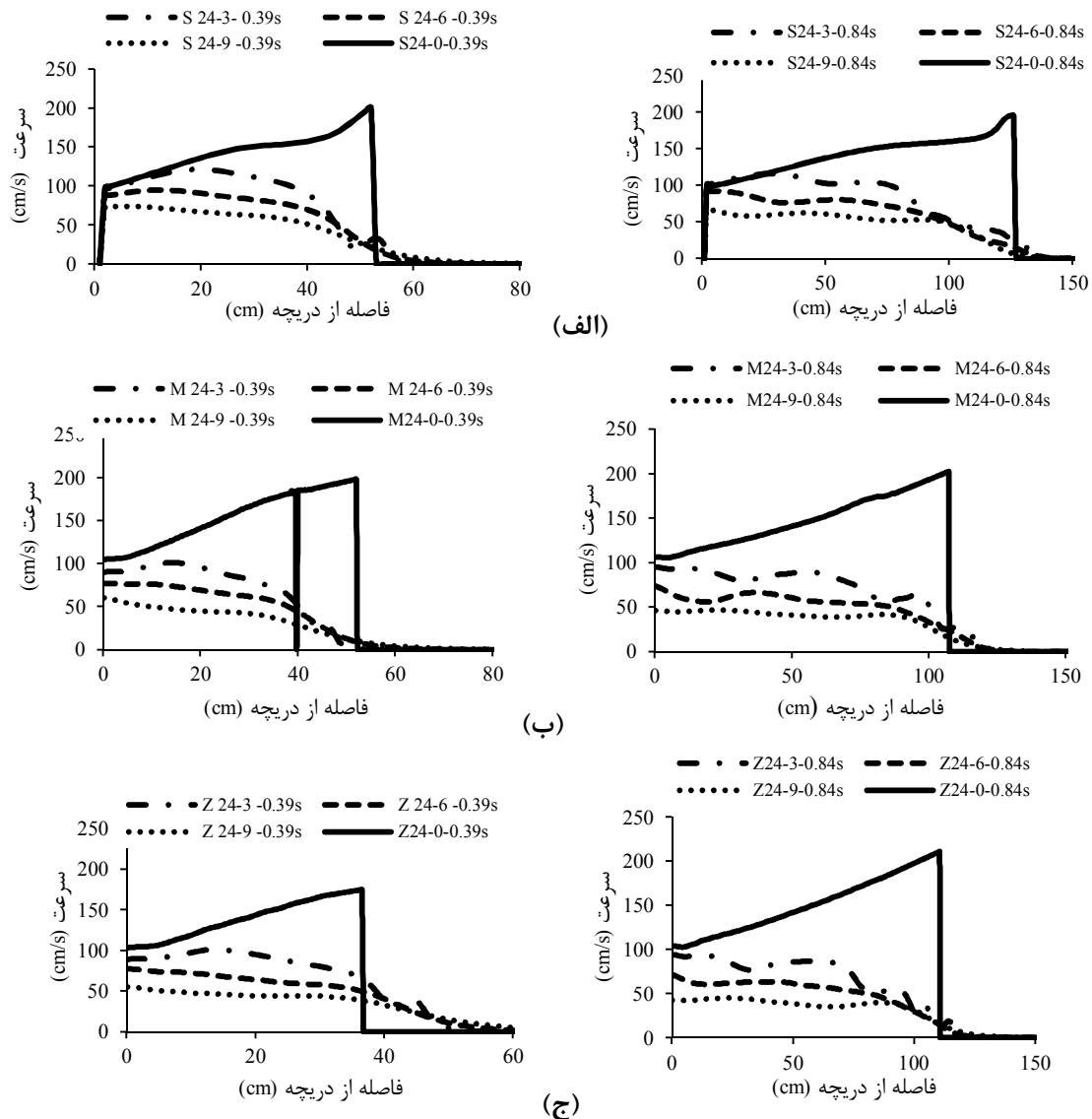


اثر عمق پایاب بر سرعت موج پیش‌رونده و پروفیل جریان

با انتخاب بهترین مدل آشفتگی و مینا قرار دادن مدل RNG، به تأثیر عمق پایاب و نیز وجود زبری بر شبکه مشخصات هیدرولیکی موج پیش‌رونده ناشی از شکست سد پرداخته می‌شود. پارامترهای هیدرولیکی شامل عمق و سرعت موج مثبت پیش‌رونده از خروجی نرم‌افزار استخراج و وارد نرم‌افزار اکسل شد. پروفیل‌های عمق و سرعت برای موج مثبت ناشی از شکست سد نسبت به فاصله از دریچه

سرعت با شیب خیلی تند به مقدار حداقل می‌رسند. برای نشان دادن تأثیر عمق پایاب روی سرعت موج حاصل از شکست سد، از متوسط سرعت پروفیل‌ها (برحسب cm/s) که در جدول ۳ تهیه شده‌اند، استفاده شده است.

طولی سرعت موج در بستر خشک یک حالت صعودی و خطی داشته که در بسترهای غیرخشک با افزایش عمق پایین‌دست، پروفیل طولی سرعت موج یک حالت نزولی و نمایی دارد و با شیب ملایم‌تری به مقدار حداقل خود می‌رسد. در بسترهای پایاب خشک، مقادیر پروفیل طولی



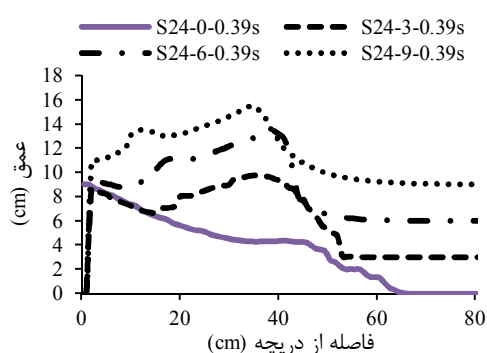
شکل ۶- اثر عمق پایاب بر پروفیل طولی سرعت موج در زمان‌های ۰/۳۹ و ۰/۸۴ ثانیه (الف) کف صاف، (ب) آرایش منظم زبری و (ج) آرایش زیگزاگ زبری

جدول ۳- سرعت متوسط (cm/s) پروفیل‌های حاصل از شکست سد در عمق‌های مختلف پایین‌دست برای سه نوع زبری کف

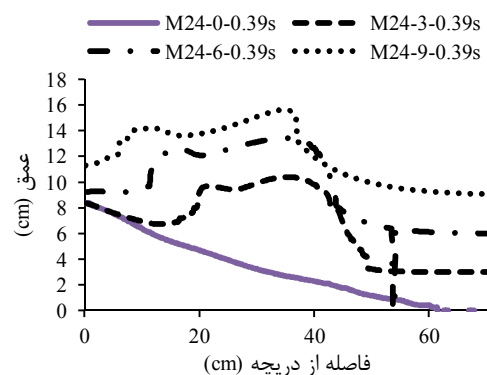
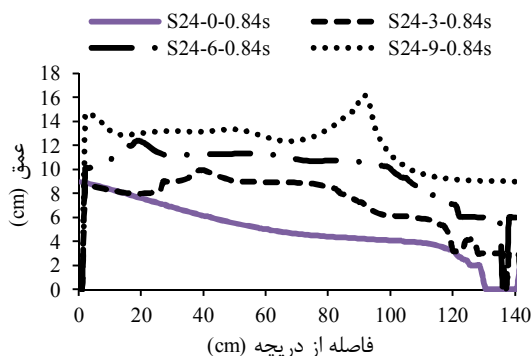
نوع زبری کف	زمان	خشک	۳cm	۶cm	۹cm
S	۰/۳۹	۴۲/۱	۲۷/۶	۲۲/۳	۱۷/۶
	۰/۸۴	۱۰۷/۸	۶۱/۳	۴۶/۷	۳۵/۸
M	۰/۳۹	۴۶/۵	۲۱/۱	۱۶/۰	۱۲/۸
	۰/۸۴	۹۸/۱	۴۷/۵	۳۴/۸	۲۵/۲
Z	۰/۳۹	۳۲/۵	۲۰/۷	۱۵/۸	۱۲/۲
	۰/۸۴	۸۸/۱	۴۵/۵	۳۲/۳	۲۴/۴

تأثیر عمق پایاب بر پروفیل سطح آب موج پیش رونده در سه نوع زبری کف در دو زمان $0/۳۹$ و $0/۸۴$ ثانیه مشاهده می شود. بر اساس این شکل مشاهده می شود در عمق پایاب صفر (شکل ۷- الف)، شکل پیشانی موج ملایم و هموارتر از عمق های پایاب دیگر است و به ترتیب با افزایش عمق پایین دست، شیب پیشانی پروفیل عمق بیشتر می شود و تراز ارتفاعی موج پیش رونده افزایش می یابد. در حالی که پیشانی موج پیش رونده با تأخیر به سمت جلو حرکت می کند.

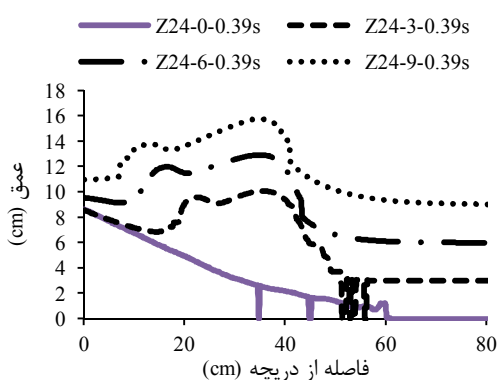
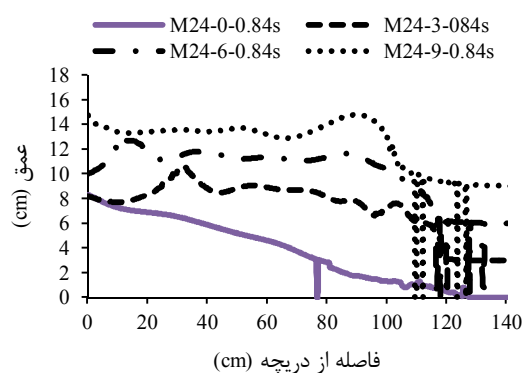
بر اساس جدول ۳ مشاهده می شود که در هر سه نوع کف با افزایش عمق پایاب، مقادیر سرعت متوسط کاهش می یابد که این کاهش سرعت در بسترهای زبر و به ویژه زبری با آرایش زیگزاگ بیشتر است. به عبارتی هرچه ارتفاع جریان در پایین دست بیشتر شود، چون مقاومت در برابر جریان افزایش پیدا می کند، پس مقدار سرعت کاهش می یابد. پس می توان نتیجه گرفت که افزایش عمق پایاب یک عامل مضاعف در کنار وجود زبری ها برای استهلاک بیشتر سرعت موج حاصل از شکست سد است. در شکل ۷



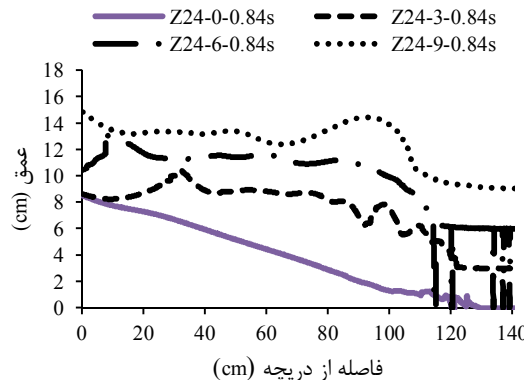
(الف)



(ب)



(ج)



شکل ۷- اثر عمق پایاب بر پروفیل سطح آب موج در زمان های $0/۳۹$ و $0/۸۴$ ثانیه (الف) کف صاف، (ب) آرایش منظم زبری و (ج) آرایش زیگزاگ زبری

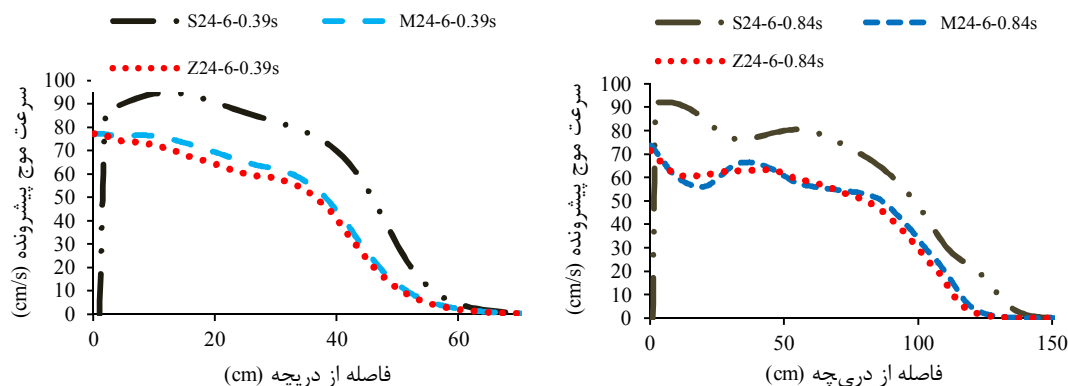
سبب افزایش مقاومت در برابر جریان شده و از سرعت موج پیش‌رونده می‌کاهد که این کاهش سرعت در آرایش زیگزاگ زبری‌ها بیشتر از آرایش منظم است. دلیل آن، تفاوت در فاصله عرضی بین زبری‌ها در دو نوع آرایش است که نحوه پخش جریان را متفاوت می‌کند. در کف زبر با آرایش منظم در بین زبری‌ها فضایی مانند کانال صاف ایجاد شده و گردابه‌ها در اطراف زبری‌ها نسبت به کف زبر با آرایش زیگزاگ، کمتر تشکیل شده و سرعت موج پیش‌رونده نسبت به کف زبر با آرایش زیگزاگ بیشتر است (شکل ۹).

جدول ۴ - متوسط مقدار سرعت

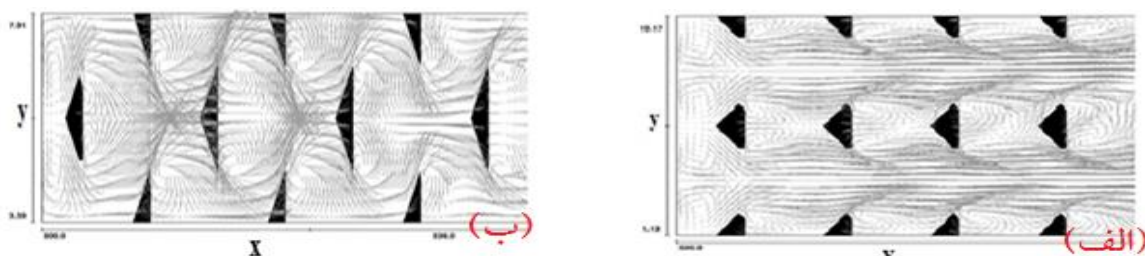
نوع کف	زمان (sec)	
	۰/۳۹	۰/۸۴
صاف	۱۶/۸	۳۰/۲
آرایش منظم زبری‌ها	۱۵/۲	۲۷/۳
آرایش زیگزاگ زبری‌ها	۱۴/۸	۲۵/۴

اثر زبری بر سرعت موج پیش‌رونده و پروفیل جریان برای بررسی تأثیر وجود زبری و نوع آرایش قرارگیری آن‌ها، سرعت موج پیش‌رونده برای عمق پایاب ۶ سانتی‌متر در دو زمان برای سه نوع زبری کف رسم شد (شکل ۸). بر اساس پروفیل‌های طولی سرعت موج پیش‌رونده برای سه نوع کف، مشاهده می‌شود وجود زبری در کف سبب استهلاک سرعت موج پیش‌رونده شده است. وجود زبری عامل توسعه یافتگی سریع‌تر جریان شده و لایه مرزی را سریع‌تر به هسته اصلی جریان هدایت می‌کند. در نتیجه نسبت به حالت عدم وجود زبری، توزیع جریان یکنواخت‌تر خواهد شد و گرادیان سرعت کاهش می‌یابد. متوسط مقدار سرعت (بر حسب cm/s) در هر سه نوع کف برای دو زمان ۰/۳۹ و ۰/۸۴ ثانیه در جدول ۴ آورده شده است.

بر اساس جدول ۴، می‌توان نتیجه گرفت که وجود زبری و نوع آرایش قرارگیری آن‌ها در کف، بر کاهش سرعت موج پیش‌رونده با گذشت زمان مؤثر است. وجود زبری در کف



شکل ۸- تأثیر زبری و نحوه قرارگیری آن‌ها بر پروفیل سرعت موج پیش‌رونده در دو زمان برای عمق پایاب ۶ سانتی‌متر در زمان‌های ۰/۳۹ و ۰/۸۴ ثانیه



شکل ۹- نحوه تشکیل گردابه‌ها، (الف) آرایش منظم زبری‌ها و (ب) آرایش زیگزاگ زبری‌ها

سرعت پیشانی موج مثبت حاصل از شکست با افزایش ارتفاع آب پایین‌دست کاهش می‌یابد. وجود زبری و نحوه آرایش قرارگیری آن در کف بر پروفیل‌های پیشروی

نتیجه‌گیری

افزایش ارتفاع آب در پایین‌دست دریچه سبب می‌شود که تراز ارتفاعی موج پیش‌رونده افزایش یابد همچنین مقدار

- using the FEM method. *Journal of Computer Methods Applied Mechanics Engineering*. 194(36): 3984-4005.
10. Stoker J. J. 1957. *Water Waves: the Mathematical Theory with Applications*. Wiley Inter Science, New York. 600 p.
11. Flow Science Inc. 2008. *User Manual of Flow3D Software V9.3*

جریان تأثیر دارد بدین صورت که زبری درکف با ایجاد مقاومت در برابر جریان و افزایش تنش برشی، سبب کاهش روند توسعه موج شده و سبب تأخیر در پیشروی موج می شود با توجه به نتایج به دست آمده در این پژوهش می توان نتیجه گرفت که وجود زبری با آرایش زیگزاگ در کنار افزایش عمق پایاب بیشترین تأثیر را در استهلاک سرعت موج حاصل از شکست سد دارد.

منابع

۱. حسن زاده ی. ۱۳۸۳. هیدرولیک شکست سد. وزارت نیرو کمیته ملی سدهای بزرگ ایران. ۱۶۴ ص.
۲. حسن زاده ی. رنجینه خجسته ع. ۱۳۸۹. بررسی اثرات زبری بستر در سرعت انتشار امواج ناشی از شکست سد در یک مدل هیدرولیکی شیب دار. نشریه مهندسی عمران و محیط زیست. ۴۰(۱): ۱۳-۲۰.
۳. خوب ع. ۱۳۹۱. بررسی آزمایشگاهی شکست سد با استفاده از پردازش تصویر. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز. ۱۲۹ ص.
4. Alcrado F. and Mulet J. 2007. Description of the Tous Dam Break Case Study (Spain). *Journal of Hydraulic Research*. 45:45-57.
5. Dongfang L. Lin B. and Falconer R. A. 2007. A boundary-fitted numerical model for flood routing with shock-capturing capability. *Journal of Hydrology*. 332(3): 477-486.
6. Dressler R. F. 1952. Hydraulic resistance effect upon the dam break function *Journal Of Research National Bureau of Standards*. 49(3): 217-225.
7. Hirt C. W. and Nichols B. D. 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*. 39(1): 201-225.
8. Oertel M. B. and Bung D. 2012. Initial stage of two-dimensional dam-break waves: laboratory versus VOF. *Journal of Hydraulic Research*. 50(1): 89-97.
9. Quecedo M. Pastor M. and Herreros M. I. Fernández Merodo j. A. and Zhang Q. 2005. Comparison of two mathematical models for solving the dam break problem